

Temat: Badanie wartości funkcji kwadratowej – przykłady.

Będziemy badać w jakich przedziałach funkcja kwadratowa osiąga wartości dodatnie bądź ujemne.

W tym celu sporządzane będą szkice wykresów (rysunki poglądowe) pozwalające na łatwe wyznaczanie takich przedziałów.

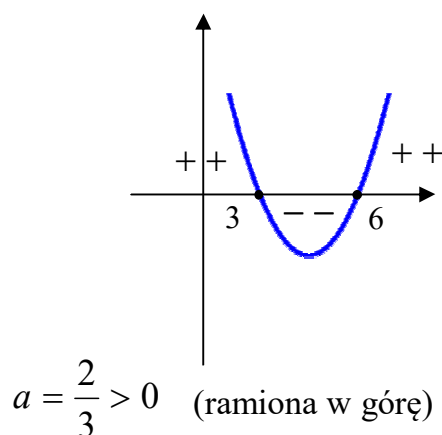
1) $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 6x + 12$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 = 4$$

$$\sqrt{\Delta} = 2$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 - 2}{2 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{4}{\frac{4}{3}} = 4 \cdot \frac{3}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 + 2}{2 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{8}{\frac{4}{3}} = 8 \cdot \frac{3}{4} = 6$$

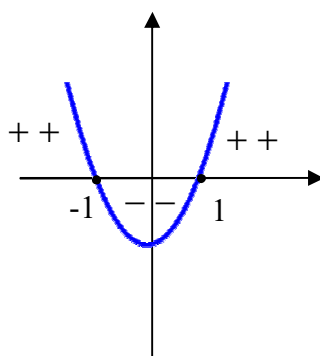


Dla $x \in (-\infty; 3)$ funkcja ma wartości dodatnie ($y > 0$),

dla $x \in (3; 6)$ funkcja ma wartości ujemne ($y < 0$),

dla $x \in (6; +\infty)$ funkcja ma wartości dodatnie ($y > 0$).

2) $f(x) = x^2 - 1$
 $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$
 $x_1 = -1 \quad x_2 = 1$



$a = 1 > 0$ (ramiona w górę)

Dla $x \in (-\infty; -1)$ funkcja ma wartości dodatnie ($y > 0$),

dla $x \in (-1; 1)$ funkcja ma wartości ujemne ($y < 0$),

dla $x \in (1; +\infty)$ funkcja ma wartości dodatnie ($y > 0$).

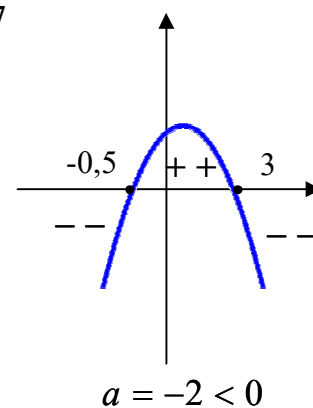
3)

$$f(x) = -2x^2 + 5x + 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 15 - 4 \cdot (-2) \cdot 3 = 49$$

$$\sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_1 = \frac{-5-7}{-4} = 3 \quad x_2 = \frac{-5+7}{-4} = -\frac{1}{2}$$



Dla $x \in (-\infty; -\frac{1}{2})$ $y < 0$,

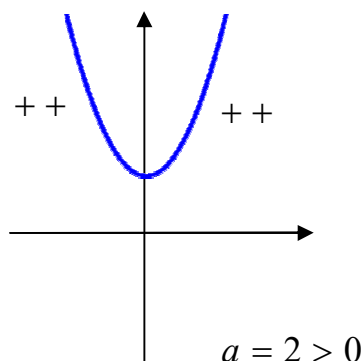
dla $x \in (-\frac{1}{2}; 3)$ $y > 0$,

dla $x \in (3; +\infty)$ $y < 0$.

4)

$$f(x) = 2x^2 + 5$$

$$\Delta = -40 < 0 \quad - \text{ brak miejsc zerowych}$$



Dla $x \in (-\infty; +\infty)$ $y > 0$.

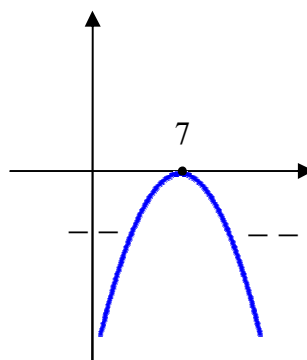
Funkcja ma tylko wartości dodatnie.

5)

$$f(x) = -x^2 + 14x - 49$$

$$\Delta = 0$$

$$x_0 = 7$$



Dla $x = 7$ funkcja ma miejsce zerowe,

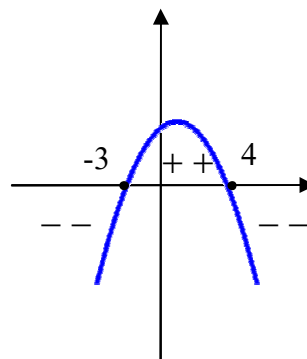
dla $x \in (-\infty; 7) \cup (7; +\infty)$ $y < 0$.

6)

$$f(x) = -x^2 + x + 12$$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot (-1) \cdot 12 = 49 \quad \sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_1 = \frac{-1-7}{-2} = 4 \quad x_2 = \frac{-1+7}{-2} = -3$$



Dla $x \in (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$ $y < 0$,

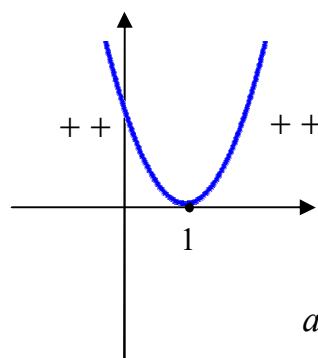
dla $x \in (-3; 4)$ $y > 0$.

7)

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$\Delta = 0$$

$$x_0 = 1$$



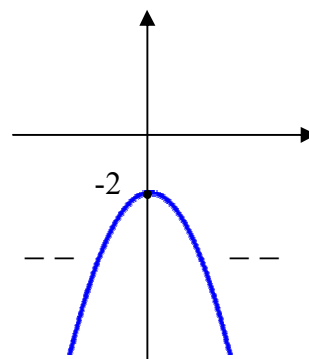
Dla $x = 1$ funkcja ma miejsce zerowe,

dla $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ $y > 0$.

8)

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2$$

$$\Delta = -4 < 0 \quad - \text{ brak miejsc zerowych}$$



Dla $x \in (-\infty; +\infty)$ $y < 0$.

Funkcja ma tylko wartości ujemne.

PRACA DOMOWA: Zbadaj w jakich przedziałach funkcja ma wartości dodatnie, a w jakich ujemne.

a) $f(x) = -2x^2 + 5x$

b) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1$

c) $f(x) = x^2 - x - 6$

d) $f(x) = x^2 - 3x - 10$