

FUNKCJA KWADRATOWA

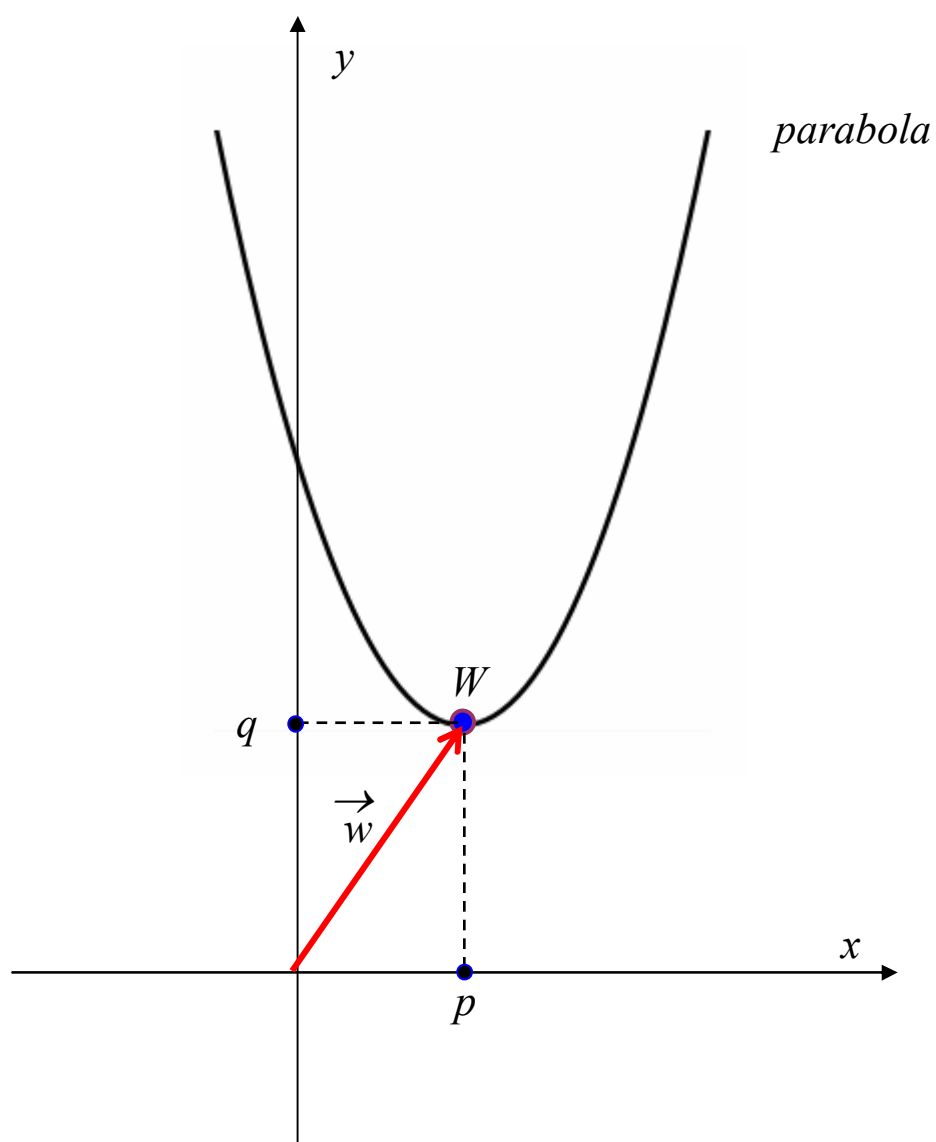
Temat: Przesunięcie wykresu funkcji o wektor.

$\vec{w} [p; q]$

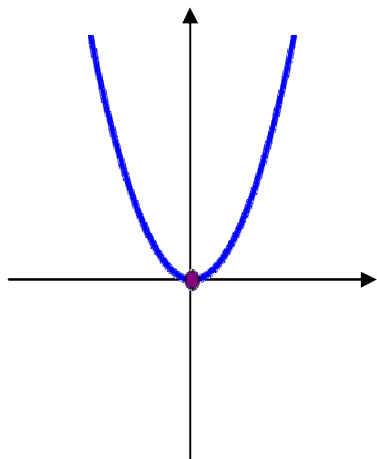
przesunięcie na x *przesunięcie na y*

$p > 0$ – w prawo
 $p < 0$ – w lewo

$q > 0$ – w górę
 $q < 0$ – w dół

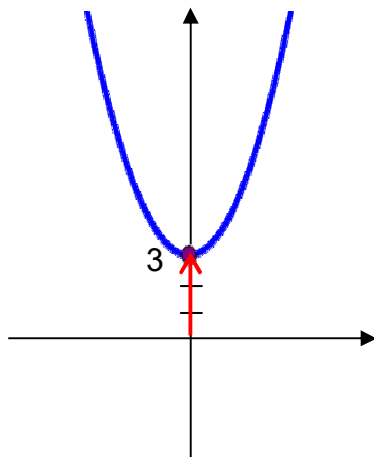


$$y = x^2$$



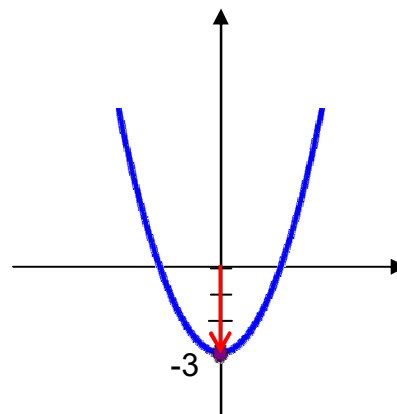
Wierzchołek: $(0; 0)$

$$y = x^2 + 3$$



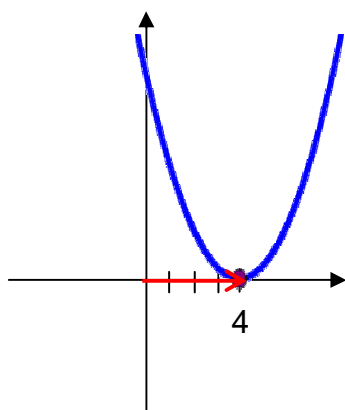
Wierzchołek: $(0; 3)$
Wektor: $[0; 3]$

$$y = x^2 - 3$$



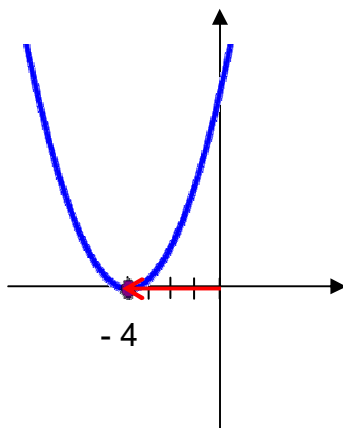
Wierzchołek: $(0; -3)$
Wektor: $[0; -3]$

$$y = (x - 4)^2$$



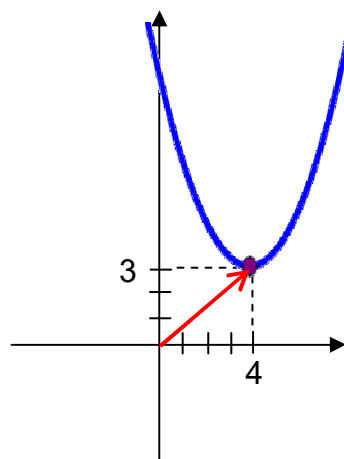
Wierzchołek: $(4; 0)$
Wektor: $[4; 0]$

$$y = (x + 4)^2$$



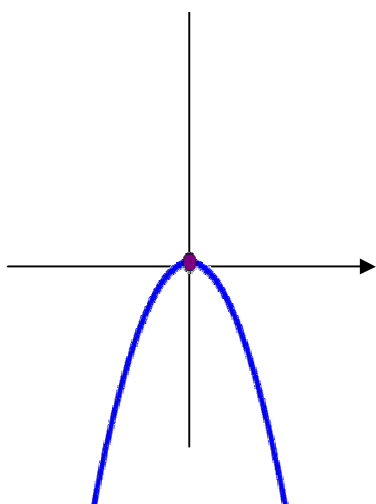
Wierzchołek: $(-4; 0)$
Wektor: $[-4; 0]$

$$y = (x - 4)^2 + 3$$



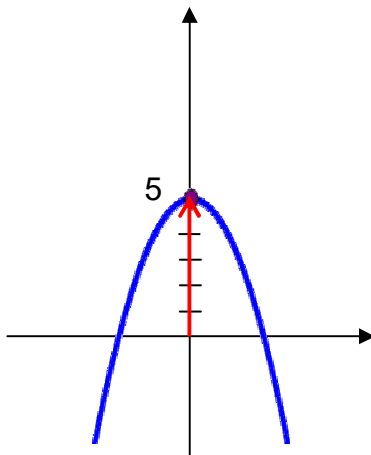
Wierzchołek: $(4; 3)$
Wektor: $[4; 3]$

$$y = -x^2$$



Wierzchołek: $(0; 0)$

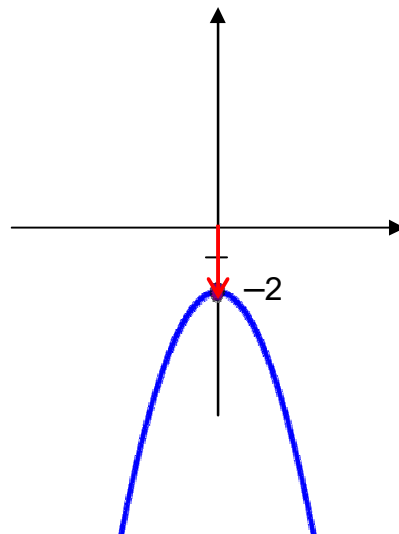
$$y = -x^2 + 5$$



Wierzchołek: $(0; 5)$

Wektor: $[0; 5]$

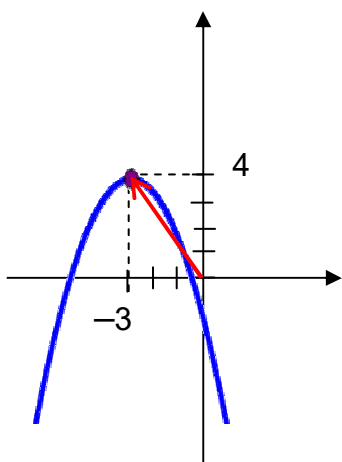
$$y = -x^2 - 2$$



Wierzchołek: $(0; -2)$

Wektor: $[0; -2]$

$$y = -(x + 3)^2 + 4$$



Wierzchołek: $(-3; 4)$

Wektor przesunięcia: $[-3; 4]$

Wierzchołek i wektor przesunięcia mają takie same współrzędne

$$W = (p, q)$$

$$\vec{w} = [p; q]$$

Postać kanoniczna funkcji kwadratowej

Funkcję kwadratową można zapisać w postaci

$$y = a(x - p)^2 + q$$

gdzie p i q to współrzędne wierzchołka paraboli.

Wierzchołek: $(p; q)$

Wektor przesunięcia: $[p; q]$

Wzór ogólny funkcji kwadratowej

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{gdzie } a \neq 0$$

Przykłady:

~~~~~

|                      |            |          |          |
|----------------------|------------|----------|----------|
| $y = x^2$            | $a = 1$    | $b = 0$  | $c = 0$  |
| $y = 0,25x^2$        | $a = 0,25$ | $b = 0$  | $c = 0$  |
| $y = x^2 - 3$        | $a = 1$    | $b = 0$  | $c = -3$ |
| $y = -x^2 + 8x + 19$ | $a = -1$   | $b = 8,$ | $c = 19$ |
| $y = 5x^2 - x + 1$   | $a = 5$    | $b = -1$ | $c = 1$  |
| $y = 0,5x^2 - x$     | $a = 0,5$  | $b = -1$ | $c = 0$  |

---

Korzystając ze wzorów skróconego mnożenia każdą funkcję z postaci ogólnej można przekształcić do postaci kanonicznej.

Przykłady:

~~~~~

$$y = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

Wierzchołek: $(p; q) = (1; 0)$

$$y = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

Wierzchołek: $(p; q) = (-1; 0)$

$$y = x^2 + 8x + 16 = x^2 + 2 \cdot 4x + 4^2 = (x + 4)^2$$

Wierzchołek: $(p; q) = (-4; 0)$

$$y = x^2 + 8x + 10 = (x^2 + 2 \cdot 4x + 16) - 6 = (x + 4)^2 - 6$$

Wierzchołek: $(p; q) = (-4; -6)$

$$y = x^2 - 8x + 19 = x^2 - 2 \cdot 4x + 16 + 3 = (x - 4)^2 + 3$$

Wierzchołek: $(p; q) = (4; 3)$

$$y = 3x^2 + 6x - 2 = 3(x^2 + 2x + 1) - 5 = 3(x + 1)^2 - 5$$

Wierzchołek: $(p; q) = (-1; -5)$

$$y = 3x^2 + 8x + 10 = 3\left(x^2 + 2 \cdot \frac{4}{3}x + \frac{16}{9}\right) + \frac{14}{3} = 3\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{14}{3}$$

Wierzchołek: $(p; q) = \left(-1\frac{1}{3}; 4\frac{2}{3}\right)$

ZADANIA

Narysuj wykresy funkcji i omów ich podstawowe własności

$$y = -(x-1)^2 + 2$$

$$y = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$$

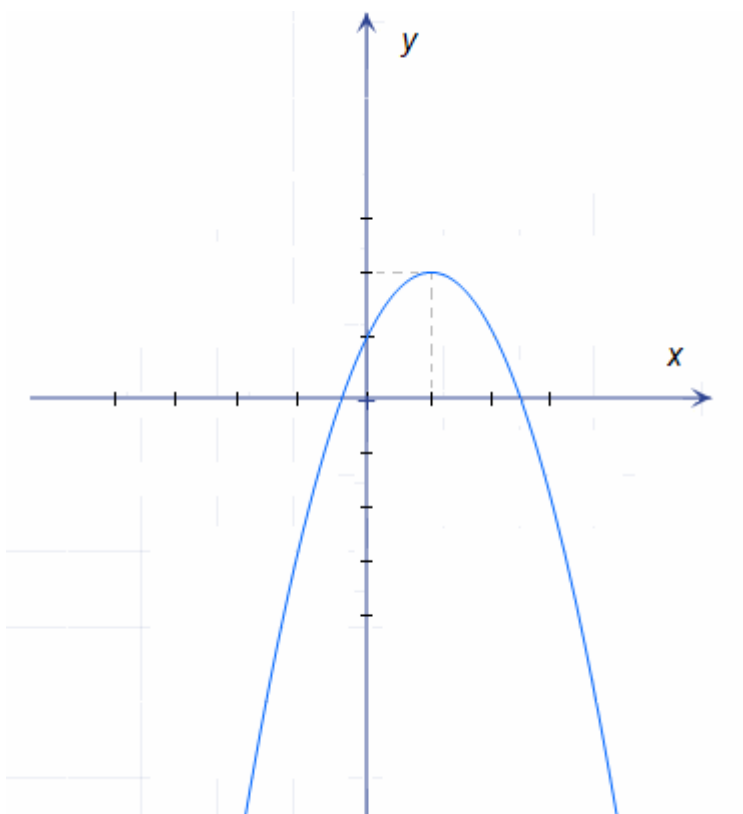
$$y = (x-3)^2$$

$$y = -2x^2 - 3$$

$$y = 2x^2 - 1$$

Przykłady rozwiązań::

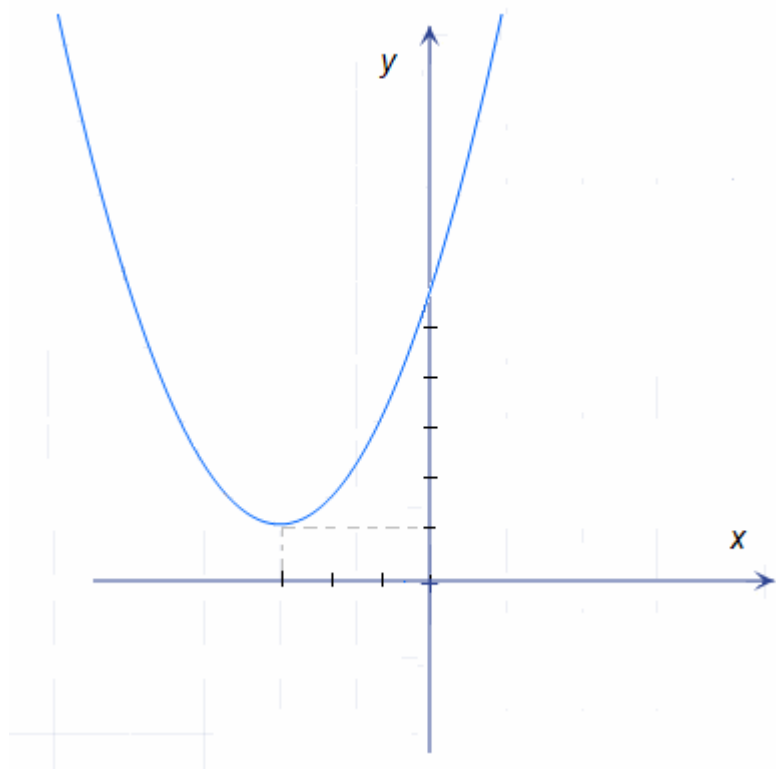
$$y = -(x-1)^2 + 2$$



OPIS WŁASNOŚCI

1. Wykres: parabola, ramiona skierowane w dół.
2. Wierzchołek w punkcie (1; 2)
3. Dziedzina: $x \in (-\infty; +\infty)$
4. Zbiór wartości: $y \in (-\infty; 2]$
5. Dwa miejsca zerowe.
6. Funkcja rosnąca dla $x < 1$, malejąca dla $x > 1$.
7. Miejsce przecięcia się paraboli z osią OY: (0; 1)

$$y = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 1$$



OPIS WŁASNOŚCI

1. Wykres: parabola, ramiona skierowane do góry.
2. Wierzchołek w punkcie $(-3; 1)$
3. Dziedzina: $x \in (-\infty; +\infty)$
4. Zbiór wartości: $y \in [1; +\infty)$
5. Brak miejsc zerowych.
6. Funkcja rosnąca dla $x > -3$, malejąca dla $x < -3$.
7. Miejsce przecięcia się paraboli z osią OY: $(0; 5,5)$

Praca domowa: **zad. 255, 256, 257 - str. 395**

Zadanie dla chętnych:

Wykonaj obliczenia współrzędnych wierzchołka paraboli w arkuszu kalkulacyjnym EXCEL.

	A	B	C	D	E	F
1	1	-2	1		1	0
2	1	2	1		-1	0
3	1	8	16		-4	0
4	1	8	10		-4	-6
5	1	-8	19		4	3
6	3	6	-2		-1	-5
7	3	8	10		-1,33333	4,66667

W kolumnach A, B i C wpisujemy współczynniki a, b, c funkcji $y = ax^2 + bx + c$.

W kolumnach E obliczamy liczbę p, a w F liczbę q dla wzoru $y = a(x - p)^2 + q$.

Formuła w E1: $= -B1/(2*A1)$

Formuła w F1: $= (-B1*B1+4*A1*C1)/(4*A1)$

W pozostałych komórkach kolumn E i F znajdują się przekopiowane wzory z E1 i F1.