

FUNKCJA KWADRATOWA

Temat: Postać ogólna, a postać kanoniczna funkcji kwadratowej.

Funkcję kwadratową można zapisać w dwóch postaciach.

1)

Postać ogólna

$$y = ax^2 + bx + c$$

gdzie podane są współczynniki liczbowe a , b , c przy potęgach zmiennej x .

2)

Postać kanoniczna

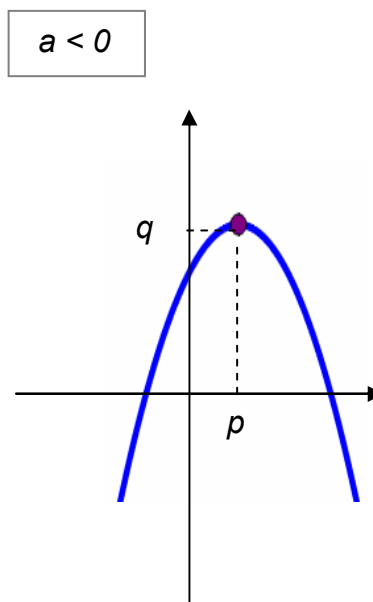
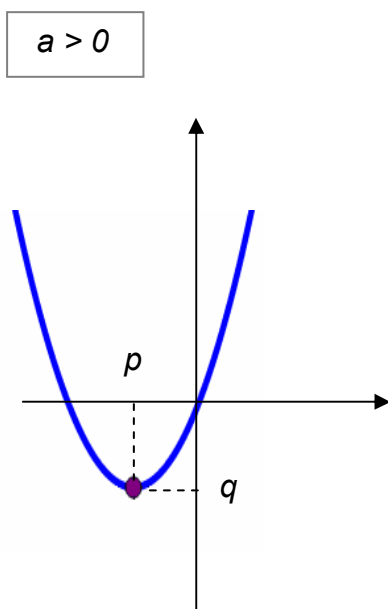
$$y = a(x - p)^2 + q$$

podaje w swoim zapisie współrzędne wierzchołka paraboli $W(p; q)$,
więc jest przydatna do rysowania paraboli, która jest wykresem funkcji.

Uwaga – przypomnienie:

~~~~~

gdy  $a > 0$ , to ramiona paraboli skierowane są w górę, gdy  $a < 0$  to w dół..



## FUNKCJA KWADRATOWA

Postać ogólna:  $y = ax^2 + bx + c$  gdzie  $a \neq 0$

Przykłady:

~~~~~

$y = 2x^2 + 3x + 1$	$a = 2$	$b = 3$	$c = 1$
$y = -4x^2 - 3$	$a = -4$	$b = 0$	$c = -3$
$y = -1 - x^2$	$a = -1$	$b = 0$	$c = -1$
$y = -2x^2 - 4x$	$a = -2$	$b = -4$	$c = 0$
$y = x^2 - x + 1$	$a = 1$	$b = -1$	$c = 1$
$y = 0,5x^2 - x$	$a = 0,5$	$b = -1$	$c = 0$

Postać kanoniczna: $y = a(x - p)^2 + q$ gdzie $a \neq 0$

Przykłady:

~~~~~

|                      |            |           |            |
|----------------------|------------|-----------|------------|
| $y = 2(x - 5)^2 + 3$ | $a = 2$    | $p = 5$   | $q = 3$    |
| $y = -0,5(x + 1)^2$  | $a = -0,5$ | $p = -1$  | $q = 0$    |
| $y = x^2 + 5$        | $a = 1$    | $p = 0$   | $q = 5$    |
| $y = -(x + 0,3)^2$   | $a = -1$   | $p = 0,3$ | $q = -0,3$ |

Jak zamienić postać kanoniczną na ogólną?

Trzeba skorzystać ze wzorów skróconego mnożenia.

Przykłady:

~~~~~

$$y = 2(x - 5)^2 + 3$$

$$y = 2(x^2 - 10x + 25) + 3$$

$$y = 2x^2 - 20x + 53$$

$$a = 2, \quad b = -20, \quad c = 53$$

.....

$$y = -\frac{1}{2}(x+1)^2$$

$$y = -\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1)$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{1}{2}, \quad b = -1, \quad c = -\frac{1}{2}$$

$$y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 3$$

$$y = x^2 - x + \frac{1}{4} - 3$$

$$y = x^2 - x - 2\frac{3}{4}$$

$$a = 1, \quad b = -1, \quad c = -2\frac{3}{4}$$

$$y = -\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + 2$$

$$y = -\left(x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}\right) + 2$$

$$y = -x^2 - \frac{2}{3}x + 1\frac{8}{9}$$

$$a = -1, \quad b = -\frac{2}{3}, \quad c = 1\frac{8}{9}$$

Jak zamienić postać ogólną na kanoniczną?

$$y = ax^2 + bx + c$$



$$y = a(x - p)^2 + q$$

Definiujemy wyróżnik funkcji kwadratowej tzw. **deltę** określony wzorem:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Wówczas $p = -\frac{b}{2a}$ oraz $q = -\frac{\Delta}{4a}$.

Przykłady:

~~~~~

$$y = 3x^2 - 4x + 1$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4$$

$$p = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \quad q = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}$$

Zatem funkcja ma postać kanoniczną  $y = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}$

.....

$$y = -x^2 - 5x$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0 = 25$$

$$p = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}, \quad q = \frac{-25}{-4} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$$

Zatem funkcja ma postać kanoniczną  $y = -\left(x + 2\frac{1}{2}\right)^2 + 6\frac{1}{4}$

.....

UWAGA:

$$y = ax^2 + c$$

jest jednocześnie postacią kanoniczną i ogólną.

*Przykłady:*

~~~~~

$$y = 2x^2 - 3$$

$$y = 2(x - 0)^2 - 3$$

$$a = 2, \quad p = 0, \quad q = -3$$

wierzchołek paraboli $W = (0; -3)$

.....

$$y = -3x^2 + 1$$

$$y = -3(x - 0)^2 + 1$$

$$a = -3, \quad p = 0, \quad q = 1$$

wierzchołek paraboli $W = (0; 1)$

.....

PRACA DOMOWA:

ćw. 2 - str. 279

ćw. 3 - str. 280

zad 1, 3, 4 - str. 281

zad 2 - str. 282