

Temat: Miejsca zerowe funkcji kwadratowej.

Funkcja $y = f(x)$ posiada miejsce zerowe dla argumentu x_0 , gdy $f(x_0) = 0$.

Zatem funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma miejsce zerowe, gdy

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

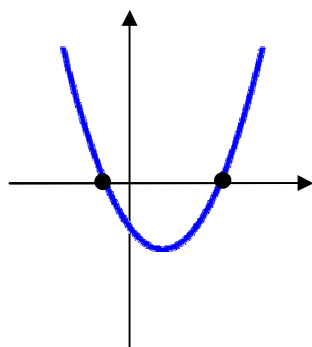
.....

Jak wyznaczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej?

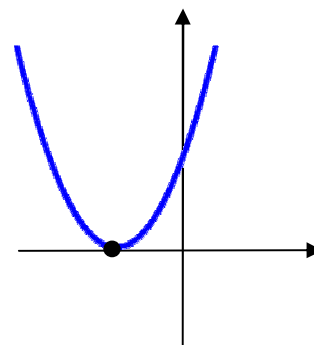
Najpierw obliczamy wyróżnik (deltę): $\Delta = b^2 - 4ac$.

Jeśli $\Delta > 0$, to funkcja ma dwa miejsca zerowe (miejsca przecięcia się paraboli z osią X)

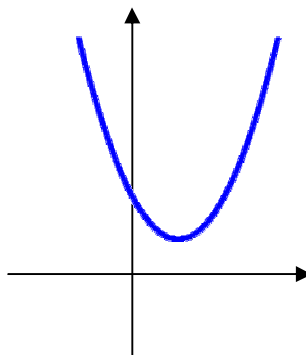
określone wzorami: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.



Jeśli $\Delta = 0$, to funkcja ma jedno miejsce zerowe $x_0 = \frac{-b}{2a}$.



Jeśli $\Delta < 0$, to funkcja nie posiada miejsc zerowych.



PRZYKŁADY

a)

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

$$a = 2$$

$$b = -3$$

$$c = 1$$

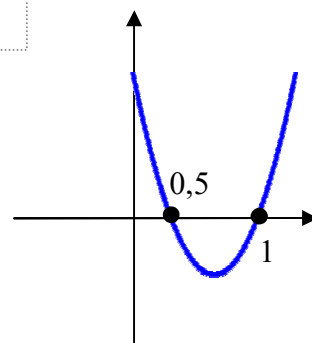
$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$$

$$\sqrt{\Delta} = 1$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 + 1}{4} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 - 1}{4} = \frac{1}{2}$$

są dwa miejsca zerowe



b)

$$f(x) = -x^2 + 4x + 4$$

$$a = -1$$

$$b = 4$$

$$c = 4$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4 = 16 + 16 = 32$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + 4\sqrt{2}}{-2} = 2 - 2\sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - 4\sqrt{2}}{-2} = 2 + 2\sqrt{2}$$

są dwa miejsca zerowe

c)

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 2x$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$b = -2$$

$$c = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot 0 = (-2)^2 = 4$$

$$\sqrt{\Delta} = 2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + 2}{2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{4}{-\frac{1}{2}} = -8$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 2}{2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{0}{-\frac{1}{2}} = 0$$

są dwa miejsca zerowe

d)

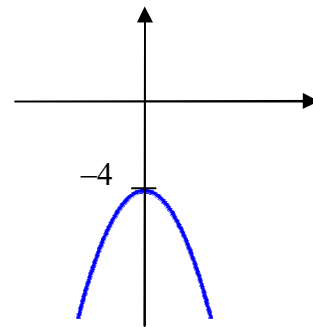
$$f(x) = -x^2 - 4$$

$$a = -1 \quad b = 0 \quad c = -4$$

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4) = 0 - 16 = -16$$

$$\Delta < 0$$

nie ma miejsc zerowych



e)

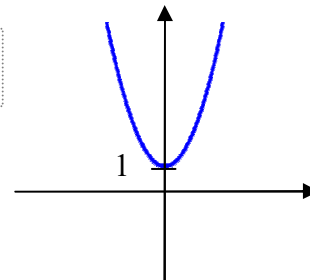
$$f(x) = 2x^2 + 1$$

$$a = 2 \quad b = 0 \quad c = 1$$

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = -8$$

$$\Delta < 0$$

nie ma miejsc zerowych



f)

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 3$$

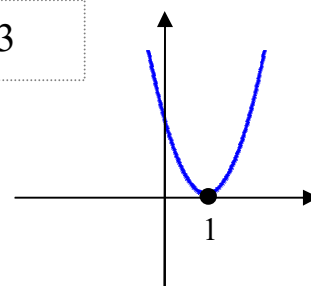
$$a = 3 \quad b = -6 \quad c = 3$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 36 - 36 = 0$$

$$\Delta = 0$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 3} = \frac{6}{6} = 1$$

jedno miejsce zerowe



g)

$$f(x) = -3x^2 - 2x - 1$$

$$a = -3 \quad b = -2 \quad c = -1$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-1) = 4 - 12 = -8$$

$$\Delta < 0$$

nie ma miejsc zerowych

h)

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

$$a = 1 \quad b = -4 \quad c = 4$$

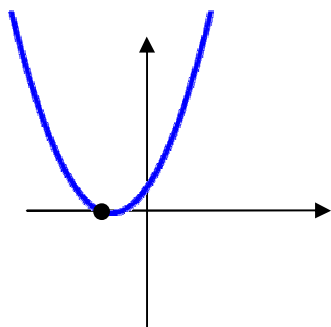
$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$$

$$\Delta = 0$$

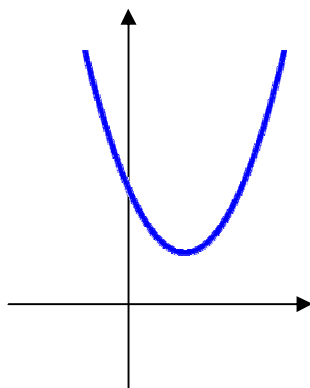
$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$$

jedno miejsce zerowe

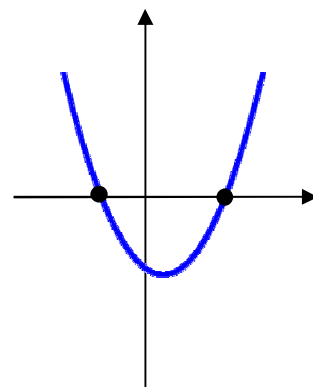
DO ZAPAMIĘTANIA



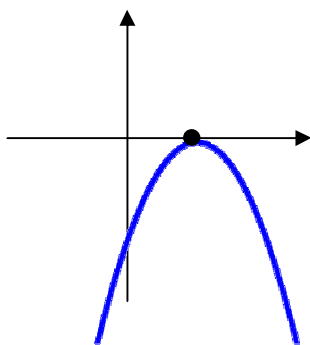
$$a > 0$$
$$\Delta = 0$$



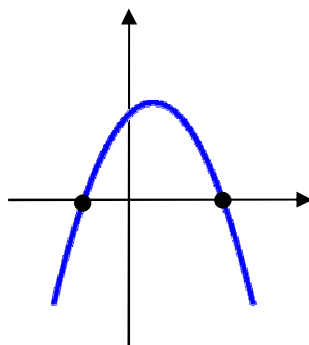
$$a > 0$$
$$\Delta < 0$$



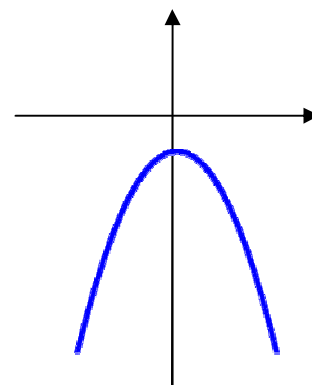
$$a > 0$$
$$\Delta > 0$$



$$a < 0$$
$$\Delta = 0$$



$$a < 0$$
$$\Delta > 0$$



$$a < 0$$
$$\Delta < 0$$

PRACA DOMOWA

str. 287

zad. 3 a, b

zad. 4 a, b, c, d

zad 5

zad 1

DODATKOWE (dla chętnych)

Zbuduj arkusz kalkulacyjny wyznaczający miejsca zerowe funkcji kwadratowej.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Microsoft Excel - Zeszyt1

Plik Edycja Widok Wstaw Format Narzędzia Dane Okno Pomoc

L13 fx

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	-0,25	-2	0	4	2	0	-8	2 miejsca
2	3	-6	3	0	0		1	1 miejsce
3	2	0	1	-8				brak miejsc
4	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
5	a	b	c	Δ	$\sqrt{\Delta}$	x1	x2	komunikat
6								

Wskazówka:

~~~~~  
W kolumnach E, F, G i H użyj funkcji arkusza =jeżeli( ).