

Temat: Rozwiązywanie równań kwadratowych.

W przypadku równań kwadratowych zbudowanych nieco inaczej trzeba najpierw wykonać pewne przekształcenia, stosując np. wzory skróconego mnożenia tak, aby dojść do równania postaci

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Dopiero wtedy można zastosować odpowiednią metodę rozwiązywania równania, czyli obliczania jego pierwiastków, w zależności od rodzaju równania (zupełne bądź niezupełne).

PRZYKŁADY

$$(x - 3)^2 = 25 \quad \text{należy zastosować wzór skróconego mnożenia na kwadrat różnicy}$$

$$x^2 - 6x + 9 - 25 = 0$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot (-16) \cdot 1 = 36 + 64 = 100 \quad \sqrt{\Delta} = 10$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 - 10}{2} = -2 \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 + 10}{2} = 8$$

$$-3\left(5x + \frac{1}{2}\right)^2 = 2 \quad \text{należy zastosować wzór skróconego mnożenia na kwadrat sumy}$$

$$-3\left(25x^2 + 5x + \frac{1}{4}\right) = 2$$

$$-75x^2 - 15x - \frac{3}{4} - 2 = 0 \quad / \cdot 4$$

$$-300x^2 - 60x - 11 = 0$$

$$\Delta = (-60)^2 - 4 \cdot (-300) \cdot (-11) = 3600 - 13200 = -9600 < 0$$

--- BRAK ROZWIĄZAŃ ---

$$\frac{15}{x^2} - \frac{2}{x} - 1 = 0 \quad / \cdot x^2 \quad \text{uwaga- } x \text{ nie może być } 0, \text{ bo jest w mianowniku}$$

$$15 - 2x - x^2 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 15 = 4 + 60 = 64 \quad \sqrt{\Delta} = 8$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 8}{-2} = 3 \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + 8}{-2} = -5$$

$$x(x - 4) = 8$$

$$x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (-8) \cdot 1 = 48 \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 4\sqrt{3}}{2} = 2 - 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 4\sqrt{3}}{2} = 2 + 2\sqrt{3}$$

$$5(3 - 2x^2) = 15(x^2 - 1)$$

$$15 - 10x^2 = 15x^2 - 15$$

$$-25x^2 = -30 \quad /: (-5)$$

$$5x^2 = 6$$

$$x^2 = \frac{6}{5} \quad x_1 = \sqrt{\frac{6}{5}} \quad x_2 = -\sqrt{\frac{6}{5}}$$

$$\frac{1 - 2x^2}{2} + \frac{x^2 - 4}{3} = -5 \quad / \cdot 6$$

$$3 - 6x^2 + 2x^2 - 8 = -30$$

$$-4x^2 - 5 = -30$$

$$-4x^2 = -25 \quad /: (-4)$$

$$x^2 = \frac{25}{4}$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} \quad x_2 = -\sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{5}{2}$$

Rozwiż równania:

a) $\frac{x^2 - 5x}{2} = \frac{5 - x^2}{3}$

b) $\frac{5(x+1)}{x+2} = \frac{10x+10}{2x+4}$ Uwaga – mnożymy /na skos/ tak, jak dla proporcji.

c) $(2x+1)^2 + (3x-1)(3x+1) = 0$

d) $5(3-x)^2 + 15(3+2x) = 0$

e) $7x^2 = 3,5x$

Praca domowa: