

Temat: Równania logarytmiczne

Równania logarytmiczne to takie równania, w których niewiadoma występuje w podstawie logarytmu lub w liczbie logarytmowanej.

PRZYPOMNIENIE

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b \quad \text{gdzie} \quad b > 0, a > 0, a \neq 1$$

PRZYKŁADY:

$$\log_5 x = 3 \Rightarrow x = 5^3 = 125$$

.....

$$\log_x 6 = -1 \Rightarrow x^{-1} = 6 \quad \frac{1}{x} = 6 \quad x = \frac{1}{6}$$

.....

$$\log_5 (x-1) = 3 \Rightarrow x-1 = 5^3 \quad x-1 = 125 \quad x = 126$$

.....

$$\log_x 7 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 7 \quad \sqrt{x} = 7 \quad x = 49$$

.....

$$\log_{\frac{1}{2}} (1-2x) = -2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 1-2x \quad 1-2x = 4 \quad x = -\frac{3}{2}$$

.....

$$\log_x 9 = 2 \Rightarrow x^2 = 9 \quad x = 3 \quad \text{lub} \quad x = -3$$

 odrzucamy, bo z definicji logarytmu $x > 0, x \neq 1$

.....

$$\log_x (x+2) = 2 \Rightarrow x^2 = x+2 \quad x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot (-2) = 9 \quad \sqrt{\Delta} = 3$$

$$x_1 = \frac{1-3}{2} = -1 \quad x_2 = \frac{1+3}{2} = 2$$

 odrzucamy, bo z definicji logarytmu $x > 0, x \neq 1$

$$\log_x(x-1) = -1 \Rightarrow x^{-1} = x-1$$

Założenie: $x > 0, x \neq 1$

$x-1 > 0$ stąd $x > 1$

$$\frac{1}{x} = x-1 \quad x^2 - x - 1 = 0 \quad \Delta = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5$$

$$x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} < 0 \quad x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Rozwiązanie:

$$x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{spełnia założenia, bo } \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} > 1$$

.....

PRACA DOMOWA

Rozwiąż równania:

$$\log_x(2x+1) = 2$$

$$\log_x 8 = 3$$

$$\log_x 5 = -1$$

$$\log(x-3) = 2$$

$$\log(x+4) = -1$$

$$\log(x^2 - 2) = 1$$

$$\log_2\left(3 + \frac{x}{2}\right) = 3$$

$$\log_2\left(3 + \frac{x}{2}\right) = -4$$

$$\log_8(x^2 + x) = \frac{1}{3}$$