

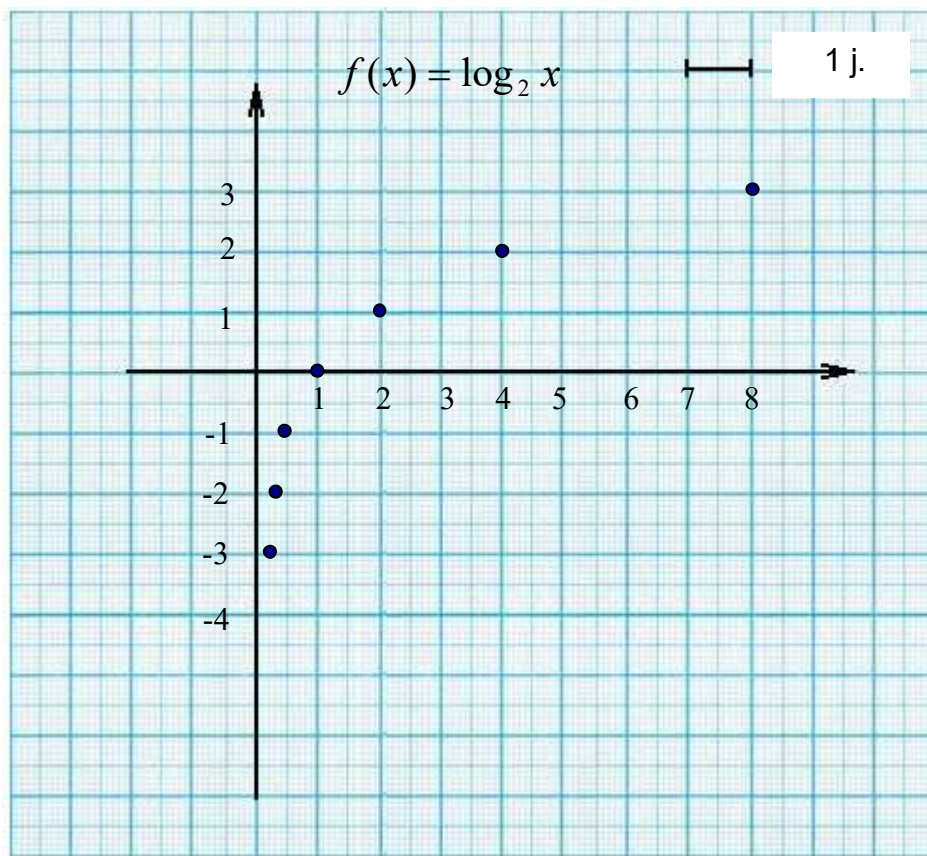
Temat: **FUNKCJA LOGARYTMICZNA**

Dla każdej liczby dodatniej istnieje wartość $\log_2 x$.

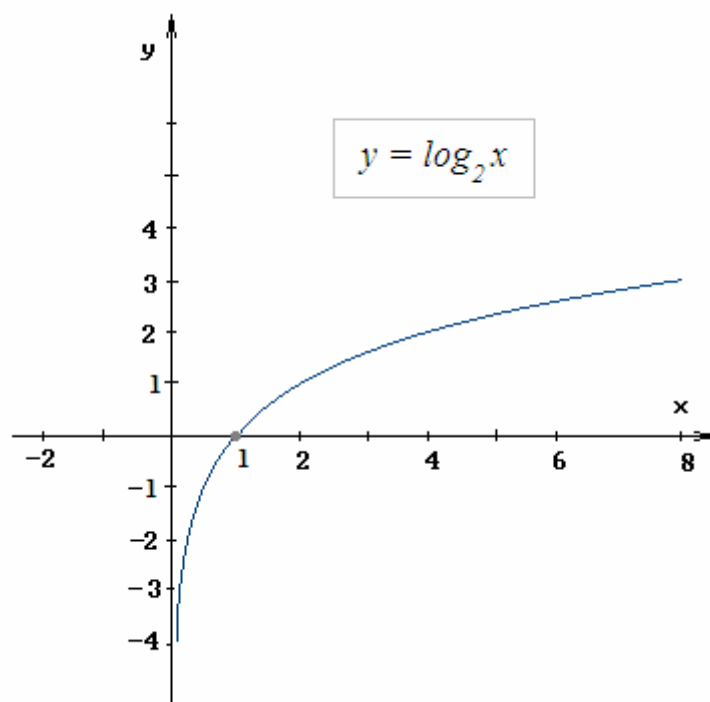
Można zatem zdefiniować funkcję $f(x) = \log_2 x$.

Układamy tabelkę jej wartości y dla kilku argumentów x .

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_2 x$	-3	-2	-1	0	1	2	3



Wykres:



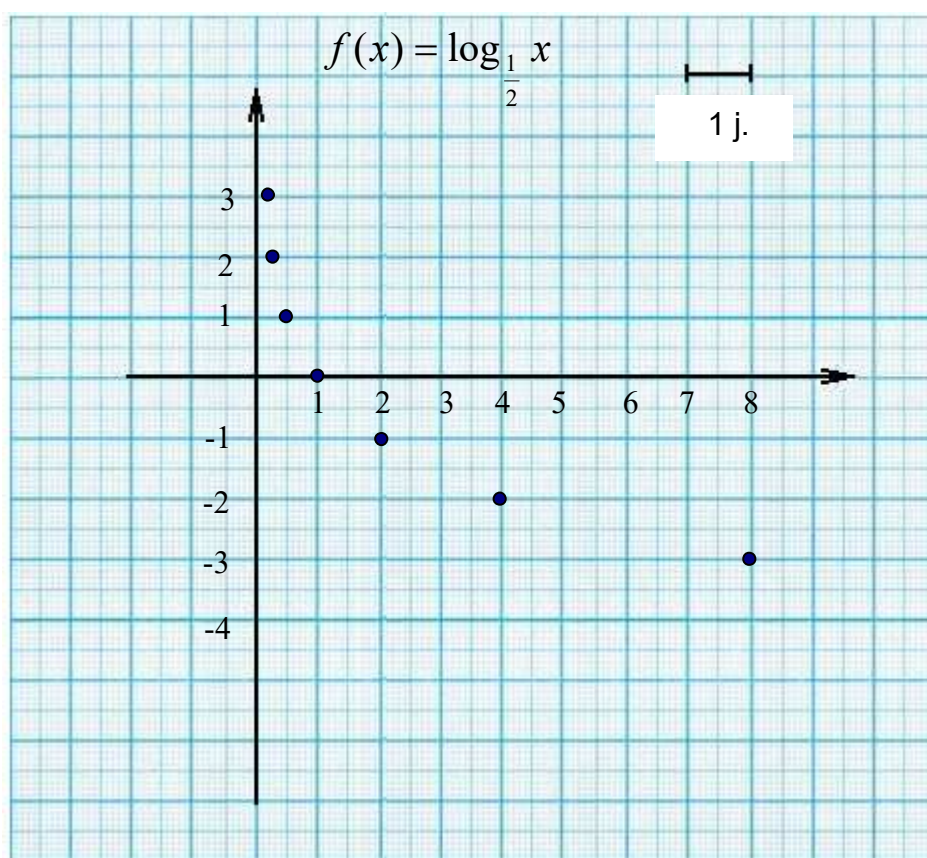
OPIS WŁASNOŚCI:

1. Dziedzina: $x \in (0; +\infty)$.
2. Zbiór wartości: $y \in (-\infty; +\infty)$
3. Asymptota pionowa $x = 0$
4. Wykres przecina oś OX w punkcie $(1; 0)$ - jest to miejsce zerowe
5. Funkcja jest rosnąca.
6. Funkcja jest różnowartościowa

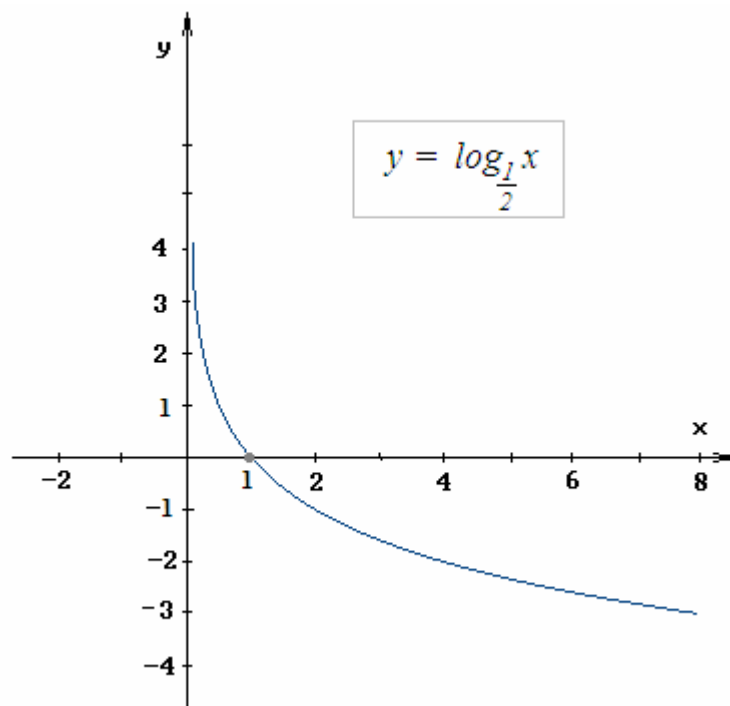
Określamy teraz funkcję $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Układamy tabelkę jej wartości y dla kilku argumentów x.

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	3	2	1	0	-1	-2	-3



Wykres:



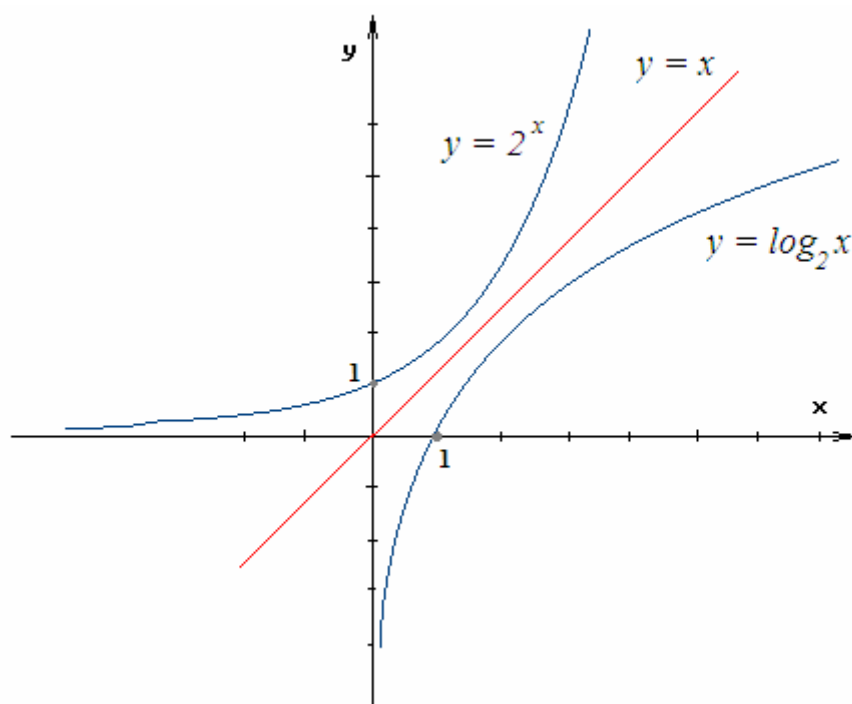
OPIS WŁASNOŚCI:

1. Dziedzina: $x \in (0; +\infty)$.
2. Zbiór wartości: $y \in (-\infty; +\infty)$
3. Asymptota pionowa $x = 0$
4. Wykres przecina oś OX w punkcie (1; 0) - jest to miejsce zerowe
5. Funkcja jest malejąca.
6. Funkcja jest różnowartościowa

Funkcję postaci $f(x) = \log_a x$, gdzie $a > 0$, $a \neq 1$ nazywamy funkcją logarytmiczną, a jej wykres krzywą logarytmiczną.

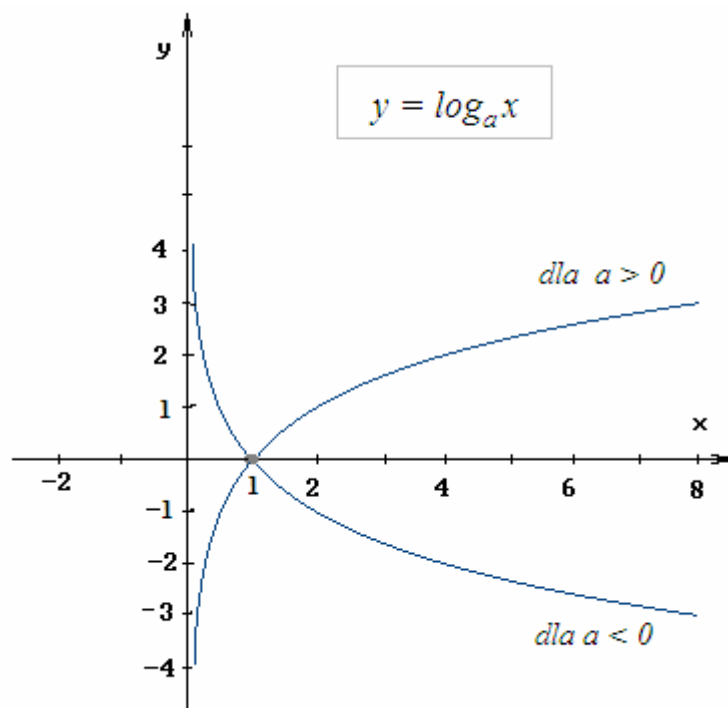
Dla $a > 0$, $a \neq 1$ wykresy funkcji logarytmicznej i funkcji wykładniczej są symetryczne względem prostej $y = x$.

Zobaczmy to na jednym układzie współrzędnych dla $a=2$.



OPIS WŁASNOŚCI funkcji $f(x) = \log_a x$

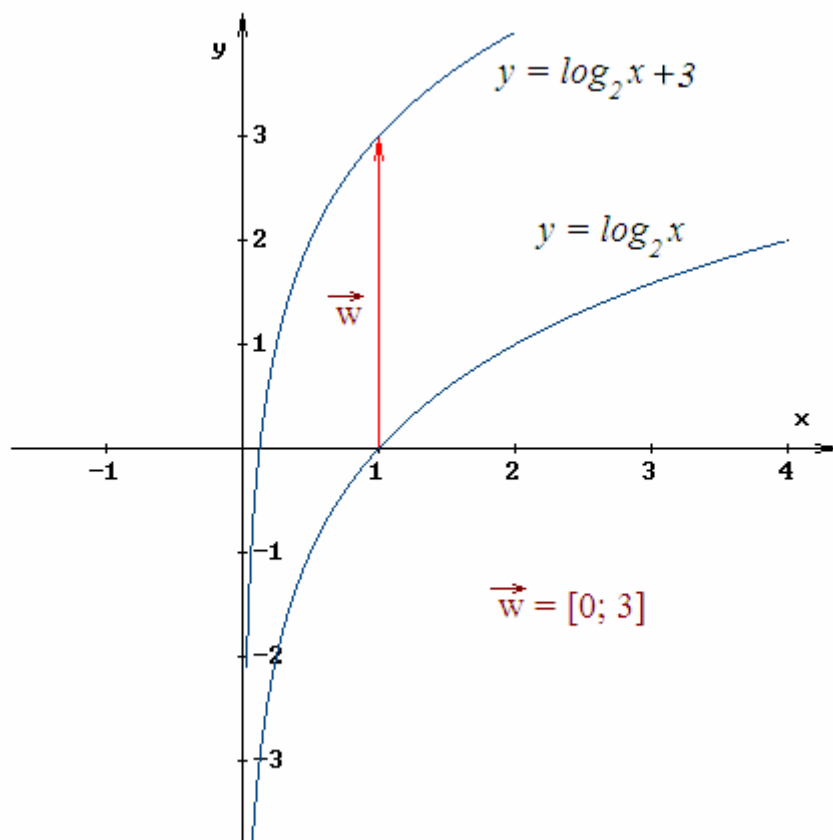
1. Dziedzina: $x \in (0; +\infty)$.
2. Zbiór wartości: $y \in (-\infty; +\infty)$
3. Asymptota pionowa $x = 0$
4. Wykres przecina oś OX w punkcie $(1; 0)$ - jest to miejsce zerowe
5. Dla $a > 1$ funkcja jest rosnąca, a dla $a < 1$ jest malejąca.
6. Funkcja jest różnowartościowa



Temat: **PRZESUNIĘCIA WYKRESU FUNKCJI LOGARYTMICZNEJ O WEKTOR**
- przykłady

$$f(x) = \log_2 x + 3$$

Najpierw wykonujemy wykres funkcji $f(x) = \log_2 x$, a następnie przesuwamy go o 3 jednostki w górę czyli o wektor $\vec{w} [0; 3]$.



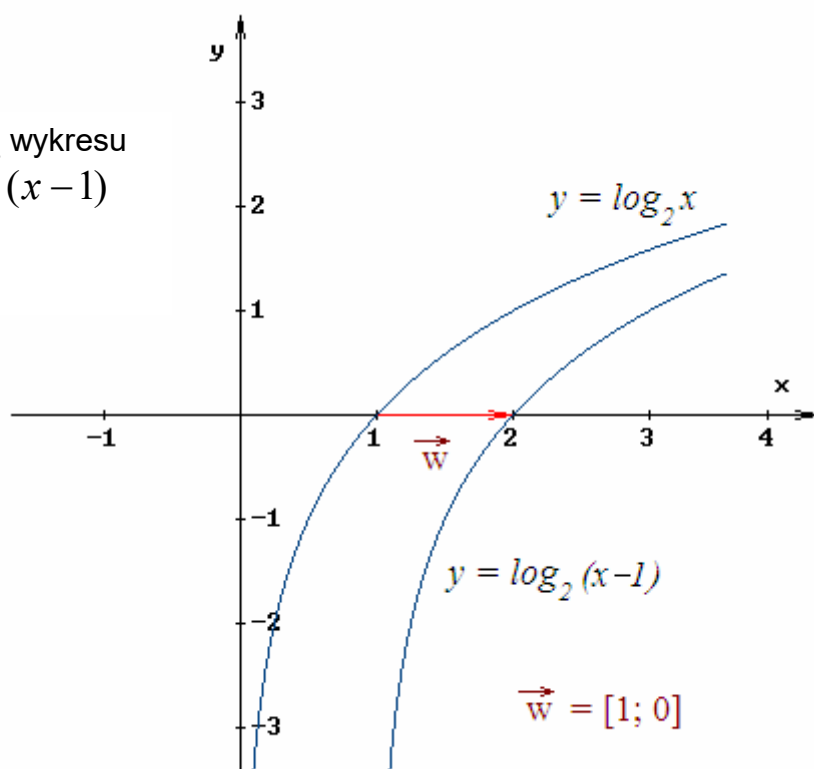
Obliczamy miejsce zerowe funkcji $f(x) = \log_2 x + 3$.

$$\log_2 x + 3 = 0 \quad \log_2 x = -3 \quad x = \frac{1}{8}$$

$$f(x) = \log_2(x - 1)$$

Najpierw wykonujemy wykres funkcji $f(x) = \log_2 x$, a następnie przesuwamy go o 1 jednostkę w prawo czyli o wektor $\vec{w} [1; 0]$.

Asymptotą pionową wykresu funkcji $f(x) = \log_2(x-1)$ jest linia $x = 1$.



Obliczamy miejsce zerowe funkcji $f(x) = \log_2(x-1)$.

$$\log_2(x-1) = 0 \quad x-1 = 1 \quad x = 2$$

.....

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x - 2$$

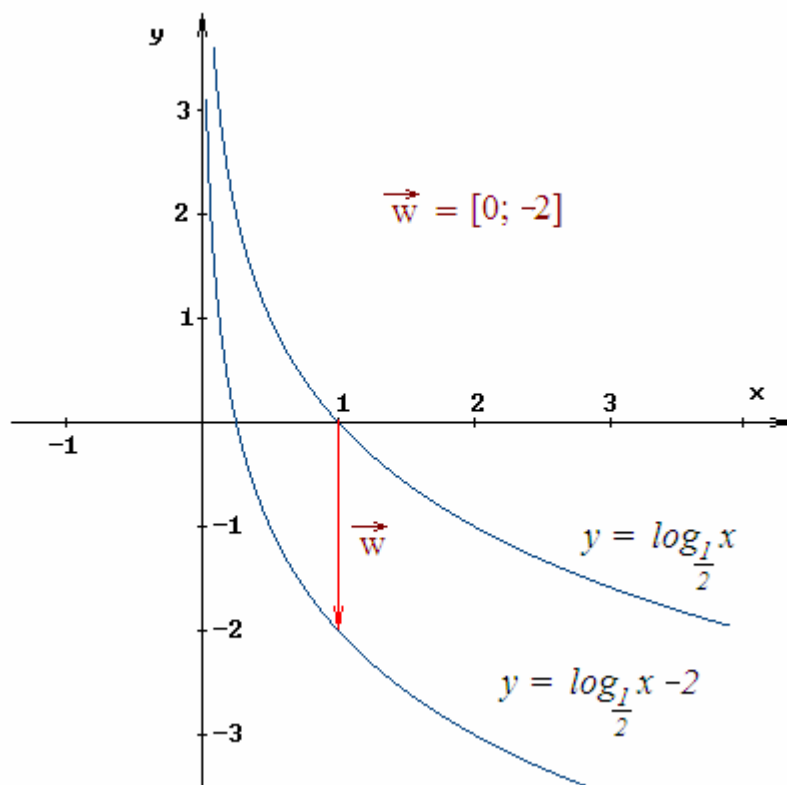
Najpierw wykonujemy wykres funkcji $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$, a następnie przesuwamy go o 2 jednostki w dół czyli o wektor $\vec{w} [0; -2]$.

(wykres na następnej stronie)

Obliczamy miejsce zerowe funkcji .

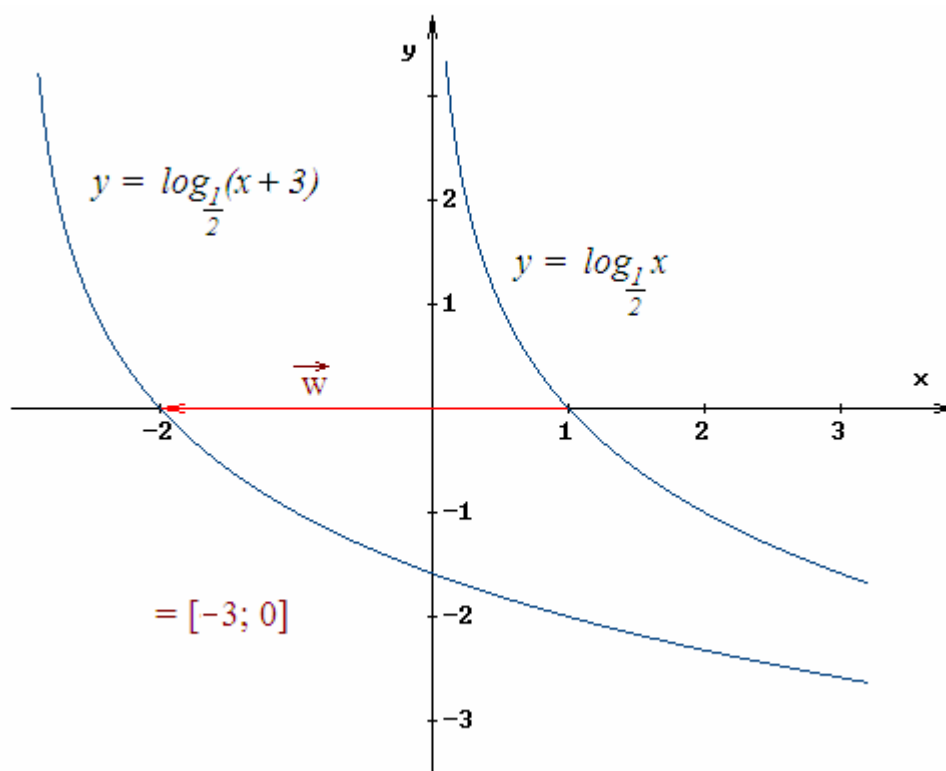
$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x - 2$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x - 2 = 0 \quad \log_{\frac{1}{2}} x = 2 \quad x = \frac{1}{4}$$



$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 3)$$

Najpierw wykonujemy wykres funkcji $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$, a następnie przesuwamy go o 3 jednostki w lewo czyli o wektor $\vec{w} [-3; 0]$.



PRACA DOMOWA

Wykonaj wykresy następujących funkcji:

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x + 2$$

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 3)$$

$$f(x) = \log_2 x - 1$$

$$f(x) = \log_7(x + 2)$$

Następnie wyznacz miejsca zerowe i wskaż asymptoty pionowe.

////////////////////////////////////

UWAGA:

Jeżeli wykres funkcji $f(x) = \log_a x$ przesuwamy o wektor $\vec{w} [p; q]$,
to otrzymamy wykres funkcji $f(x) = \log_a (x - p) + q$.

