

Temat: Potęga o wykładniku wymiernym.

Przypomnienie z klasy I definicji potęgi o wykładniku wymiernym:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad \text{dla } a \geq 0, n \geq 2$$

Przykłady:

$$255^{\frac{1}{2}} = \sqrt{255} = 15$$

$$81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = 3$$

$$\left(\frac{25}{36}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$$

$$a^{-\frac{1}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}} \quad \text{dla } a > 0, n \geq 2$$

Przykłady:

$$1000^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{1}{10}$$

$$64^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt[6]{64}} = \frac{1}{2}$$

$$4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{36}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{36}{25}}} = \frac{1}{\frac{6}{5}} = \frac{5}{6}$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{16}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k} \quad \text{dla } a \geq 0, n \geq 2$$

$$Np.: \quad 125^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{125^2} = \sqrt[3]{15625} = 25$$

Wzór może być stosowany także w inny sposób:

$$a^{\frac{k}{n}} = \left(\sqrt[n]{a} \right)^k \quad \text{dla } a \geq 0, n \geq 2$$

Przykłady:

$$125^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{125} \right)^2 = 5^2 = 25$$

$$32^{\frac{3}{5}} = \left(\sqrt[5]{32} \right)^3 = 2^3 = 8$$

$$\left(\frac{1}{27} \right)^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{\frac{1}{27}} \right)^2 = \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$(0,216)^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{0,216} \right)^2 = (0,6)^2 = 0,36$$

$$a^{-\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{\frac{1}{a^k}} \quad \text{dla } a > 0, n \geq 2$$

$$Np.: \quad 25^{-\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{1}{25^3}} = \sqrt{\frac{1}{15625}} = \frac{1}{125}$$

Wzór może być stosowany także w inny sposób:

$$a^{-\frac{k}{n}} = \left(\sqrt[n]{\frac{1}{a}} \right)^k \quad \text{dla } a > 0, n \geq 2$$

$$Np.: \quad 25^{-\frac{3}{2}} = \left(\sqrt{\frac{1}{25}} \right)^3 = \left(\frac{1}{5} \right)^3 = \frac{1}{125}$$

Dla potęg o wykładnikach wymiernych prawdziwe są wszystkie wzory na iloczyn, iloraz potęg i potęgowanie potęgi.

Przykłady:

$$25^{\frac{4}{3}} \cdot 25^{-\frac{4}{3}} = 25^{\frac{4}{3} - \frac{4}{3}} = 25^0 = 1$$

$$49^{\frac{1}{3}} : 7^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{7}$$

$$\left(2^{\frac{5}{2}}\right)^2 = 2^{\frac{5}{2} \cdot 2} = 2^5 = 32$$

$$128^{-\frac{1}{3}} : 16^{-\frac{1}{3}} = (128 : 16)^{-\frac{1}{3}} = 8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2}$$

$$\left(2^{\frac{2}{5}}\right)^{-10} = 2^{\frac{2}{5} \cdot (-10)} = 2^{-\frac{20}{5}} = 2^{-4} = \frac{1}{16}$$

.....

Praca domowa:

Zad. 1, 4 str. 275

Ćw. 6 a, b, c str. 273

Zad. 203 str. 420