

LICZBY CHARAKTERYZUJĄCE DANE

PRZYKŁAD 1

Na diagramie słupkowym pionowym zilustrowano liczebność wszystkich klas w szkole. Obliczmy, ilu średnio uczniów uczy się w jednej klasie tej szkoły.

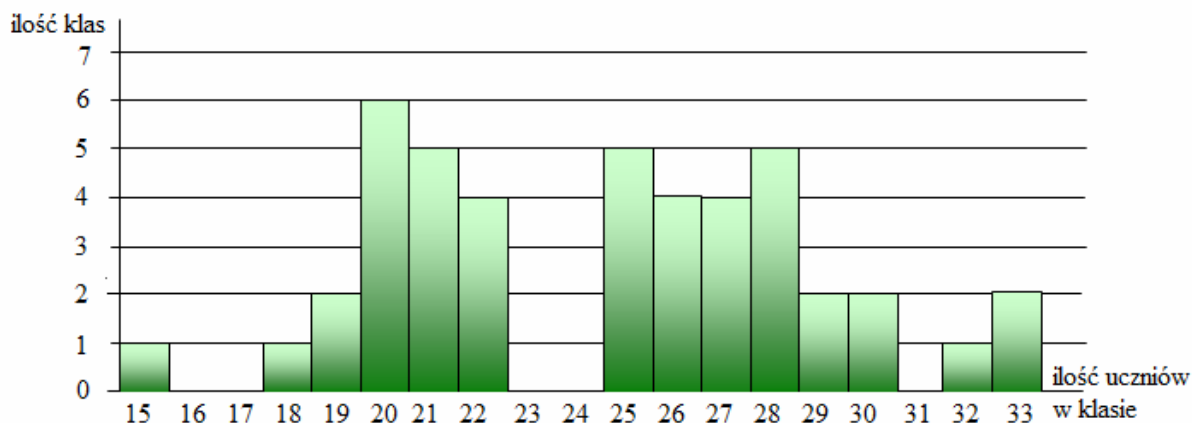


Diagram słupkowy, na którym przedstawiamy rozkład liczebności, nazywa się również histogramem.

W szkole są: $1 + 1 + 2 + 6 + 5 + 4 + 5 + 4 + 4 + 5 + 2 + 2 + 1 + 2 = 44$ klasy. W tych klasach uczy się: $1 \cdot 15 + 1 \cdot 18 + 2 \cdot 19 + 6 \cdot 20 + 5 \cdot 21 + 4 \cdot 22 + 5 \cdot 25 + 4 \cdot 26 + 4 \cdot 27 + 5 \cdot 28 + 2 \cdot 29 + 2 \cdot 30 + 1 \cdot 32 + 2 \cdot 33 = 1077$ uczniów.

Wobec tego średnio w każdej klasie tej szkoły jest $\frac{1077}{44} \approx 24,48$ czyli około 24 uczniów.

DEFINICJA

Średnia arytmetyczna n danych liczbowych $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ to liczba

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

ĆWICZENIE 1

W zespole szkół jest 19 klas technikum. W poszczególnych klasach jest:

32, 30, 20, 15, 29, 28, 30, 29, 28, 26, 27, 25, 28, 26, 33, 28, 28, 27, 27 uczniów.

Przedstaw liczebność klas na diagramie słupkowym pionowym.

Oblicz, ilu jest średnio uczniów w klasie.

ĆWICZENIE 2

W tabeli zamieszczono dane dotyczące liczby przedstawień oraz liczby widzów w Polsce.

Instytucja kulturalna	Ilość przedstawień	Ilość widzów w tys.
ogółem w Polsce	53 565	10 936
teatry dramatyczne	20 995	3 801
teatry lalkowe	9 179	1 320
opery	1 485	868
operetki	3 106	1 128
filharmonie	18 396	3 502
zespoły pieśni i tańca	404	317

- Zaprezentuj na diagramie słupkowym dane dotyczące liczby przedstawień proponowanych przez różne instytucje kulturalne.
- Oblicz średnią liczbę widzów na spektaklu w teatrze dramatycznym w całym kraju.
- Wskaż instytucję kulturalną, w której średnia liczba widzów na przedstawieniu była większa niż średnia dla wszystkich ogółem instytucji kulturalnych w Polsce.

ĆWICZENIE 3

W tabeli podano wyniki dyktanda, które pisali uczniowie 36-osobowej klasy.

Oblicz, ile błędów średnio popełnił każdy uczeń tej klasy.

Ilość popełnionych błędów	0	1	2	3	5	9	17
Ilość uczniów	18	3	3	4	5	1	2

Aby obliczyć średnią arytmetyczną danych pogrupowanych w przedziały, wyznaczamy wartość środkową każdego z tych przedziałów, a następnie obliczamy średnią zestawu danych otrzymanego w ten sposób.

PRZYKŁAD 2

W pewnym zespole szkół zmierzono wzrost 1075 uczniów. Zebrane dane pogrupowano w przedziały prawostronnie domknięte i przedstawiono w tabeli. Obliczmy średni wzrost uczniów tej szkoły.

Wzrost w cm	141-149	150-158	159-167	168-176	177-185	186-194	195-203
Ilość uczniów	51	115	292	385	224	7	1

Wartości środkowe podanych przedziałów to: 145, 154, 163, 172, 181, 190 i 199, zatem

$$\bar{x} = (51 \cdot 145 + 115 \cdot 154 + 292 \cdot 163 + 385 \cdot 172 + 224 \cdot 181 + 7 \cdot 190 + 1 \cdot 199) / (51 + 115 + 292 + 385 + 224 + 7 + 1) \approx 168,4$$

Średni wzrost uczniów w tej szkole wynosi około 168 cm.

ĆWICZENIE 4

W tabeli zamieszczono dane dotyczące osób biernych zawodowo w różnych przedziałach wiekowych. Oblicz średnią wieku osoby biernej zawodowo.

Wiek	15 - 24	25 - 34	35 - 44	45 - 54	55 - 65
Ilość osób biernych zawodowo w tys.	3186,1	991,4	777,9	1286,8	3282,5

PRZYKŁAD 3

Firma zatrudnia 20 pracowników, których zarobki wynoszą: 19 287 zł – 1 osoba, 13 802 zł – 1 osoba, 4304 zł – 5 osób, 2820 zł – 12 osób i 1317 zł – 1 osoba. Wyznaczmy średnie miesięczne wynagrodzenie w tej firmie.

Średnie wynagrodzenie w tej firmie to

$$\bar{x} = (1 \cdot 19\,287 + 1 \cdot 13\,802 + 5 \cdot 4304 + 12 \cdot 2820 + 1 \cdot 1317) / 20 = 4488,30 \text{ zł.}$$

Średnia arytmetyczna również w tym przypadku nie w pełni opisuje wysokość wynagrodzenia w tej firmie.

DEFINICJA

Średnią ważoną n danych liczbowych $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, z których każda ma przyporządkowaną nieujemną wagę $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ jest liczba

$$\frac{w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + w_3 \cdot x_3 + \dots + w_n \cdot x_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n}$$

Średnia ważona różni się od średniej arytmetycznej tym, że danym liczbowym przypisuje się wagi (nieujemne). Dane z przypisanymi większymi wagami mają większy udział w określaniu średniej ważonej niż dane z mniejszymi wagami. Często wagi dobiera się tak, aby ich suma była równa 1. Jeśli wszystkie wagi są równe, to średnia ważona jest równa średniej arytmetycznej.

ZADANIA

Zad 1.

W tabeli zebrano wyniki pomiaru wzrostu 30 uczniów klasy trzeciej.

Wzrost w cm	164	165	168	172	175	182	185	187	190	196
Ilość uczniów	1	2	4	5	7	6	2	1	1	1

Wskaż zdanie prawdziwe.

A.

Średnia arytmetyczna wzrostu uczniów klasy trzeciej jest równa 178,4 cm.

B.

Średnia arytmetyczna wzrostu uczniów klasy trzeciej jest równa dominancie zestawu tych danych.

C.

Co najmniej 50 % uczniów klasy trzeciej jest wyższych niż uczeń o średnim wzroście.

D.

Średnia arytmetyczna wzrostu uczniów klasy trzeciej jest równa 176,2 cm.

Zad 2. Dany jest zestaw liczb: 38, 45, 32, 46, 43, 23, 51, 47, 39, 40.

a) Oblicz średnią arytmetyczną tego zestawu liczb.

b) Zmień jedną liczbę w zestawie tak, aby średnia arytmetyczna: wzrosła, zmalała.

Zad 3. W tabeli znajdują się dane dotyczące wysokości świadczeń pobieranych z Zakładu Ubezpieczeń Społecznych oraz liczby osób pobierających te świadczenia. Oblicz średnią wysokość pobieranego świadczenia.

Wysokość świadczenia w zł	Ilość osób z emeryturą lub rentą w tys.
800 – 999	363,0
1000 – 1119	545,6
1200 – 1399	694,2
1400 – 1599	680,0
1600 – 1799	578,0
1800 – 1999	457,4
2000 – 2199	344,2
2200 – 2400	248,4

Zad 4.

W 30-osobowej klasie średnia ocen z języka polskiego jest równa 3,28, z języka angielskiego wynosi 3,92, a z języka niemieckiego – 3,00. Ile wynosi średnia ocen z tych trzech przedmiotów w tej klasie?

Zad 5.

Średnia ocen z testu z języka angielskiego 8 uczniów pierwszej grupy jest równa 4,8, a 14 uczniów drugiej grupy – 3,5. Oblicz średnią ocen z tego testu dla uczniów z obydwu grup.