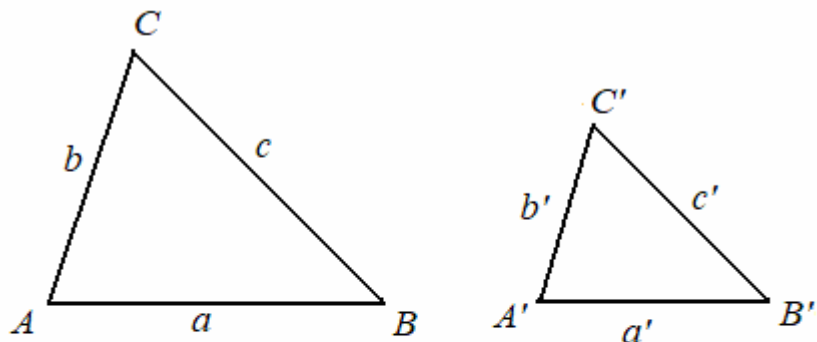


## Temat: TRÓJKĄTY PODOBNE

Dwa trójkąty są **podobne**, jeśli boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich boków drugiego trójkąta.

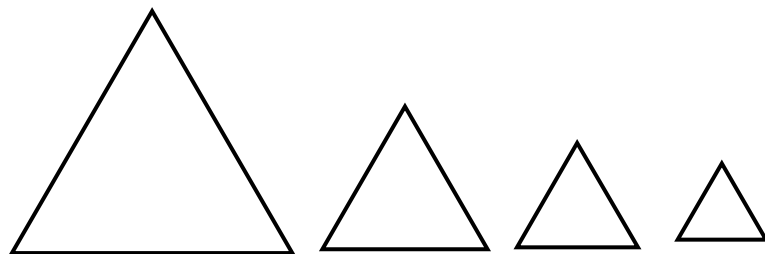


$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k \quad \text{czyli} \quad \frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|}$$

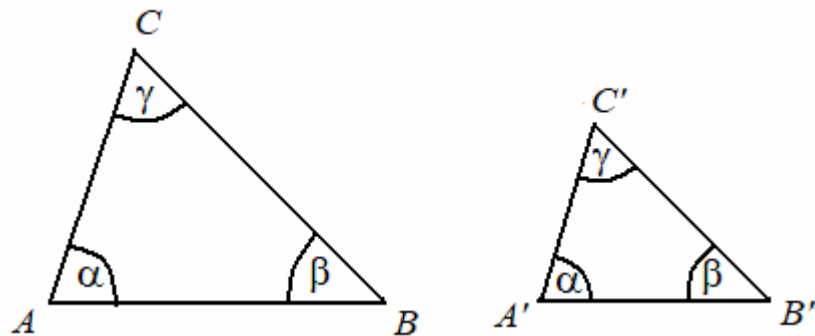
$k$  - skala podobieństwa

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

Np. wszystkie trójkąty równoboczne są do siebie podobne.

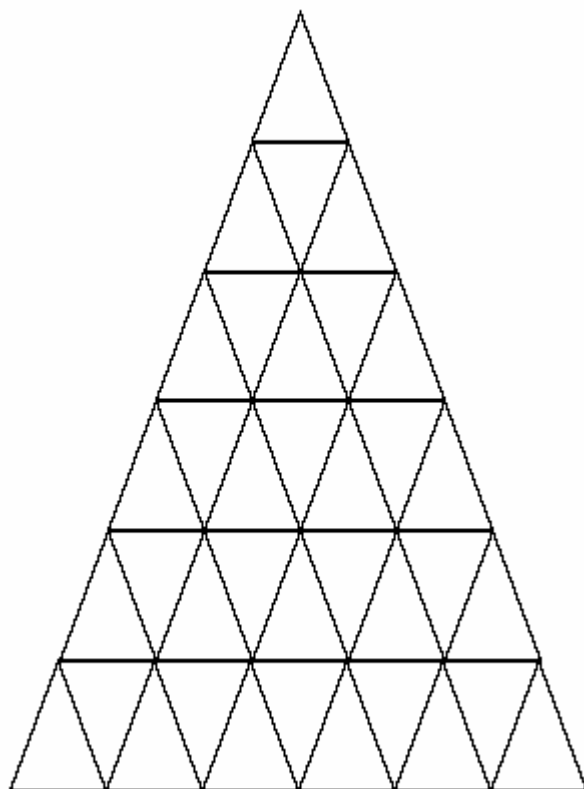


Trójkąty podobne mają kąty o takiej samej mierze.



## ZAGADKA

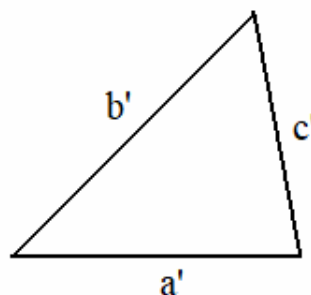
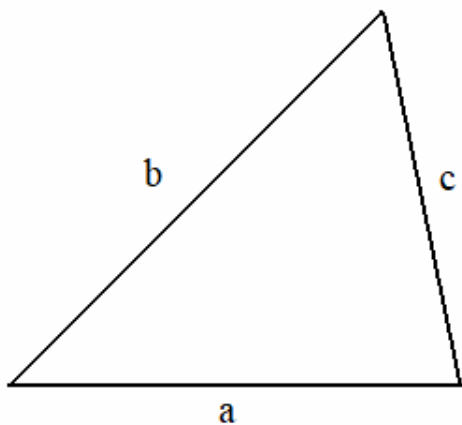
Ile jest na tym rysunku trójkątów podobnych?



## CECHY PODOBIENSTWA TRÓJKĄTÓW

1

Cecha **BBB** (bok–bok–bok) - stosunki długości odpowiednich boków są równe.

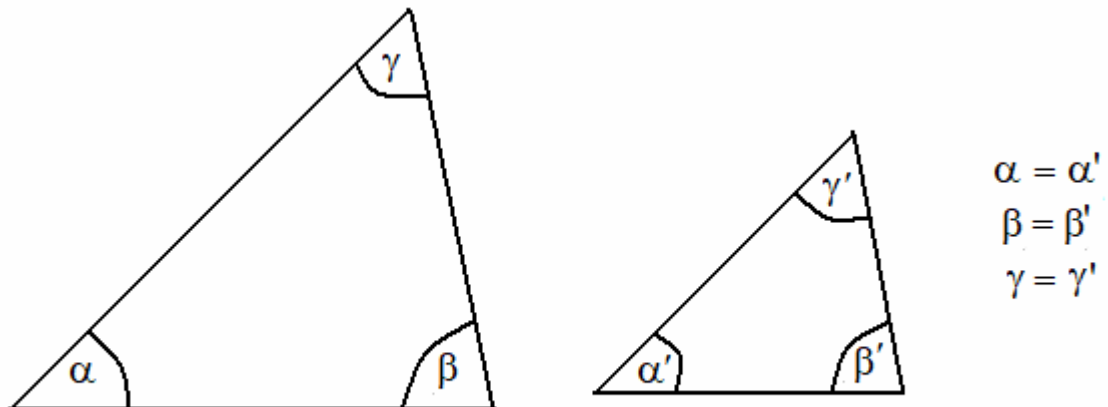


$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

$k$  - skala podobieństwa

Jeżeli boki jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich boków drugiego trójkąta, to trójkąty są podobne.

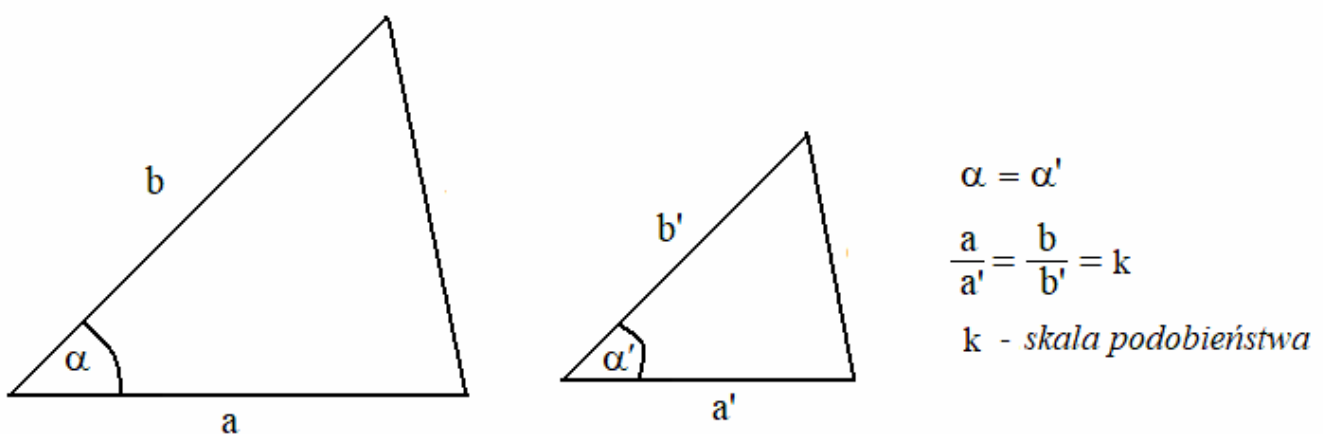
Cecha **KKK** (ką–ką–ką) - miary odpowiednich kątów są równe,



Jeżeli miary kątów jednego trójkąta są równe miarom odpowiednich kątów drugiego trójkąta, to trójkąty są podobne.

*Do sprawdzenia cechy KKK wystarczy równość dwóch kątów, ponieważ miary trzecich kątów będą wówczas też takie same (suma miar kątów w każdym trójkącie wynosi  $180^\circ$ ).*

Cecha **BKB** (bok–ką–bok) - stosunki długości dwóch par boków są równe i miary kątów między tymi bokami są równe,



Jeżeli dwa boki jednego trójkąta są proporcjonalne do dwóch boków drugiego trójkąta oraz kąty między nimi zawarte są równe, to trójkąty są podobne.

1

Trójkąty o bokach długości 3, 4, 5 i 6, 8, 10 są podobne.

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$

gdyż

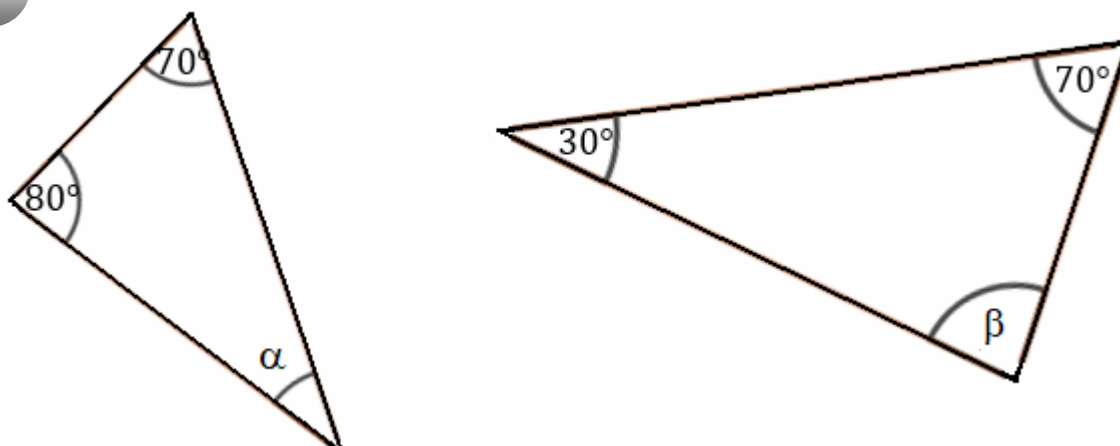
$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Trójkąty są podobne zgodnie z cechą BBB.

2



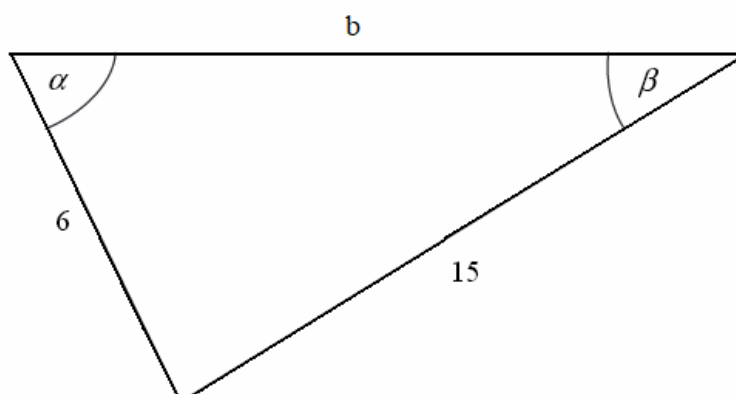
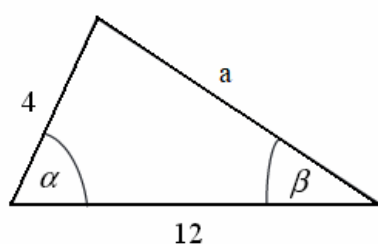
$$\alpha = 180^\circ - 80^\circ - 70^\circ = 30^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 30^\circ - 70^\circ = 80^\circ$$

Zatem trójkąty są podobne zgodnie z cechą podobieństwa KKK.

Zadanie

1



Oblicz długości boków a i b.

Rozwiązanie:

Trójkąty są podobne (cecha KKK).

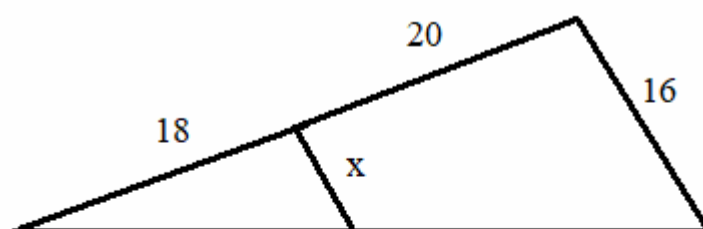
Zatem  $\frac{a}{15} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$  stąd  $3a = 15 \cdot 2$   $a = 10$

$$\frac{12}{b} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \text{stąd } 2b = 12 \cdot 3 \quad b = 18$$

---

Zadanie 2

Wiedząc, że trójkąty są podobne oblicz bok o długości  $x$ .



$$\frac{18}{x} = \frac{18+20}{16} = \frac{38}{16} = \frac{19}{8}$$

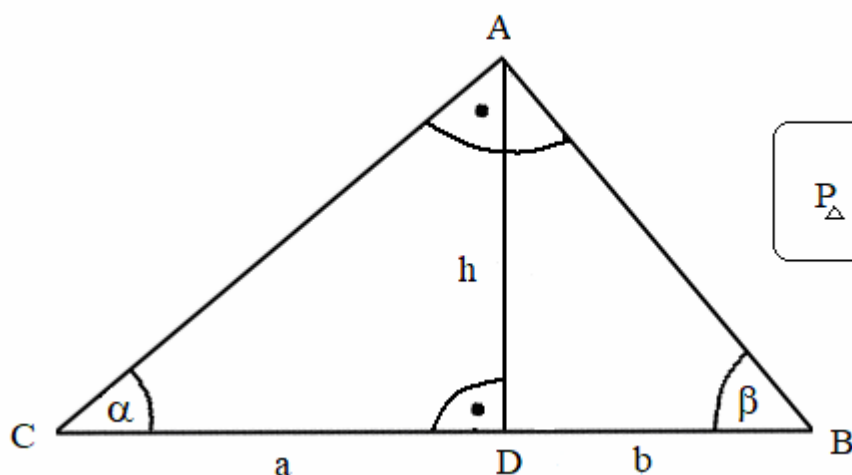
$$19x = 18 \cdot 8 \quad |:19$$

$$x = \frac{144}{19} = 7 \frac{11}{19}$$

---

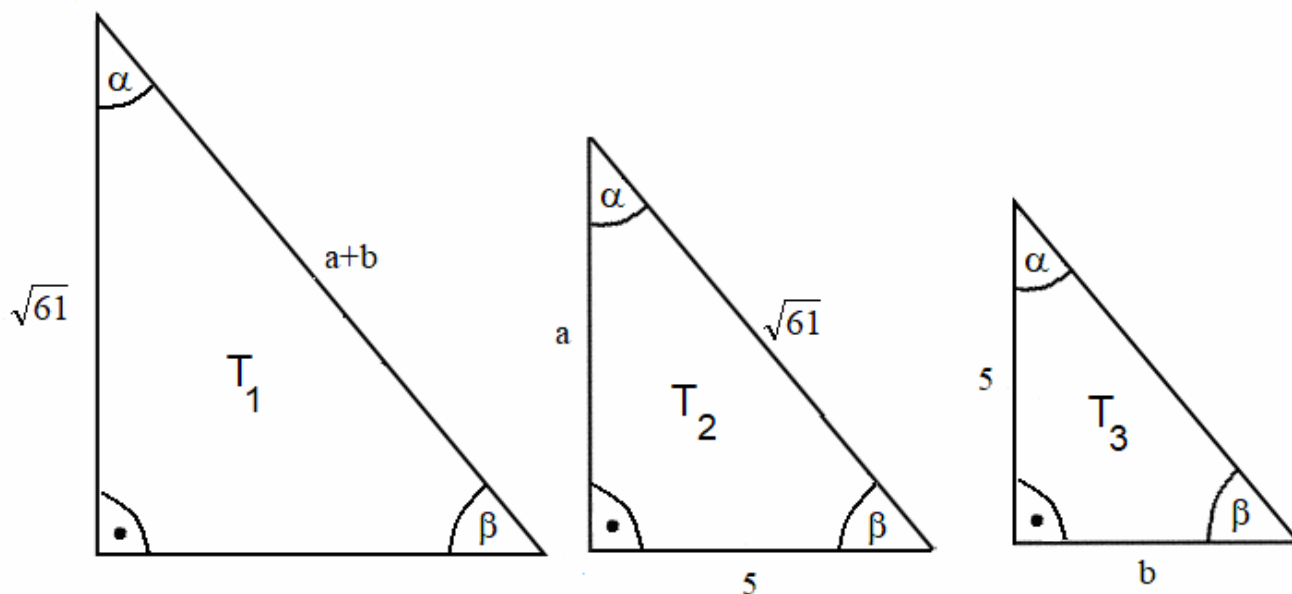
Zadanie 3

W trójkącie prostokątnym  $ABC$  przyprostokątna  $AC$  ma długość  $\sqrt{61}$ , a wysokość  $AD$  opuszczona z wierzchołka kąta prostego  $A$  ma długość 5. Oblicz pole trójkąta  $ABC$ .



$$P_{\Delta} = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Mamy trzy trójkąty podobne  $T_1$ ,  $T_2$  i  $T_3$ . Do obliczeń wykorzystamy trójkąty  $T_2$  i  $T_3$ .  
 Do trójkąta  $T_2$  zastosujemy twierdzenie Pitagorasa obliczając długość boku  $a$ .  
 Następnie wykorzystamy podobieństwo trójkątów  $T_2$  i  $T_3$ .  
 Na koniec znając długości odcinków  $a$  i  $b$  obliczymy pole trójkąta  $T_1$ .



Twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta  $T_2$ :

$$a^2 + 5^2 = (\sqrt{61})^2 \quad a^2 + 25 = 61 \quad a^2 = 36 \quad a = 6$$

Podobieństwo dla trójkątów  $T_2$  i  $T_3$ :

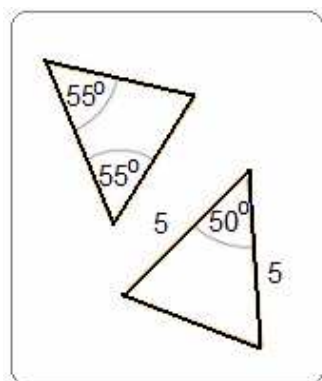
$$\frac{a}{5} = \frac{5}{b} \quad \frac{6}{5} = \frac{5}{b} \quad 6b = 25 \quad b = \frac{25}{6}$$

Pole trójkąta  $T_1$ :

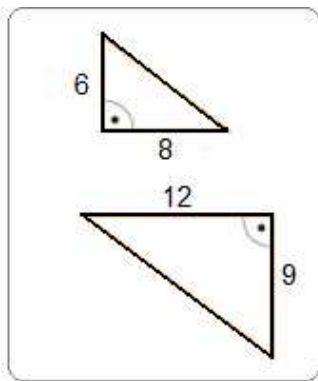
$$P_{\Delta} = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{6 + \frac{25}{6}}{2} \cdot 5 = \frac{36 + 25}{2} \cdot 5 = \frac{61 \cdot 5}{2} = \frac{305}{2} \approx 152,5$$

Odp.: Pole trójkąta wynosi  $25 \frac{5}{12} \approx 25,4$ .

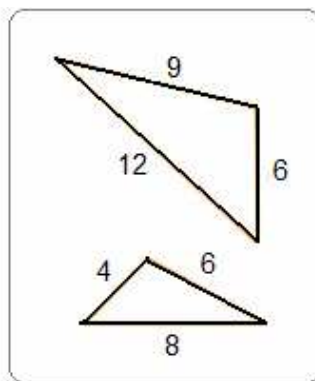
Na którym rysunku są trójkąty podobne?



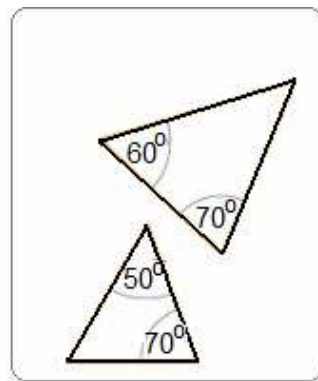
A



B



C



D