

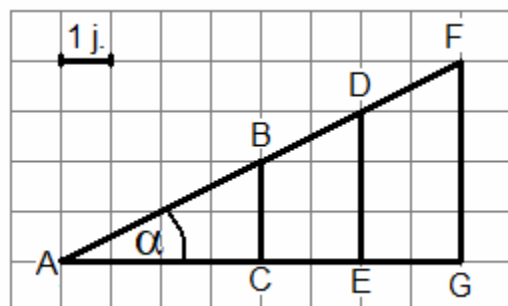
TRYGONOMETRIA

Temat: Tangens kąta ostrego – definicja i przykłady.

Będziemy rozpatrywać trójkąt prostokątny o danym kącie ostrym α .

PRZYKŁAD 1

Na rysunku znajdują się 3 trójkąty prostokątne o takim samym kącie α .



$$\begin{array}{lll} AC = 4 & AE = 6 & AG = 8 \\ BC = 2 & DE = 3 & FG = 4 \end{array}$$

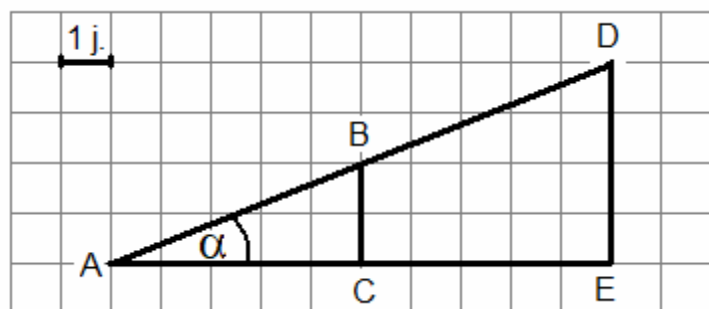
Obliczamy stosunki odcinków, które są przyprostokątnymi trójkątów ABC, ADE i AGF.

$$\frac{BC}{AC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{DE}{AE} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{FG}{AG} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

PRZYKŁAD 2



$$AC = 5 \quad AE = 10 \quad BC = 2 \quad DE = 4$$

Obliczamy stosunki odcinków, które są przyprostokątnymi trójkątów ABC i ADE.

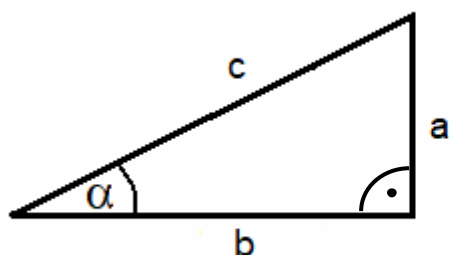
$$\frac{BC}{AC} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{DE}{AE} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

WNIOSEK

W obu przykładach dotyczących trójkątów prostokątnych stosunki długości odpowiednich boków będących przyprostokątnymi dla tego samego kąta ostrego są jednakowe.

Stosunek ten nie zależy od wielkości trójkąta, a tylko od miary kąta α .
Nazywa się on TANGENSEM kąta α .



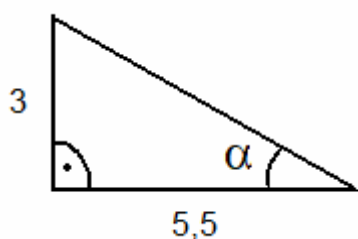
a, b - przyprostokątne
 c - przeciwprostokątna

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

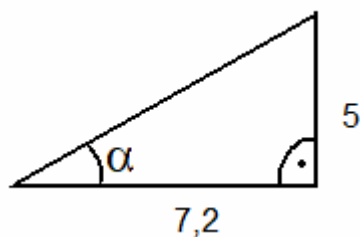
DEFINICJA

Tangensem kąta ostrego w trójkącie prostokątnym nazywamy stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciwko kąta do długości przyprostokątnej leżącej przy tym kącie.

PRZYKŁADY

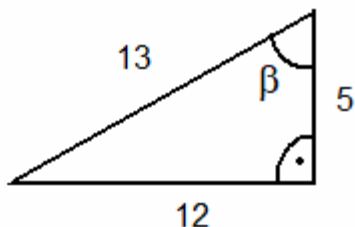


$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{5,5} = \frac{6}{11}$$

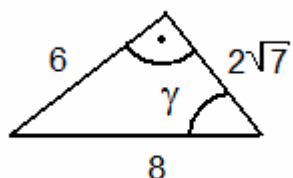


$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{7,2} = \frac{50}{72}$$

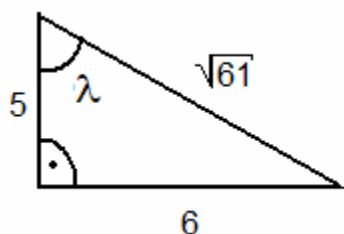
Kąty oznaczamy zazwyczaj literami greckimi. Mogą one być różne.
Różne też mogą być położenia trójkątów.



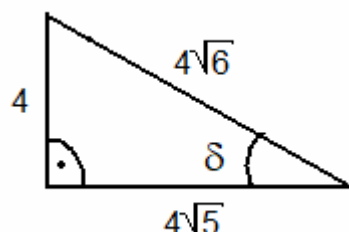
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{12}{5}$$



$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{6}{2\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$



$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{6}{5}$$



$$\operatorname{tg} \delta = \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Ważne jest zatem zapamiętanie definicji tangensa, aby nie pomylić przyprostokątnych.

.....

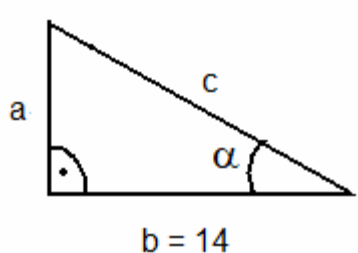
Znając tangens kąta i długość jednej z przyprostokątnych można obliczyć długość drugiej przyprostokątnej, a następnie także długość przeciwprostokątnej z twierdzenia Pitagorasa.

PRZYKŁADY ZADAŃ

Zadanie 1

Tangens kąta α wynosi $\frac{2}{7}$, a długość przyprostokątnej, leżącej przy tym kącie wynosi 14 cm. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej i przeciwprostokątnej.

Rozwiązanie:



$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{7} \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{a}{14} \end{array} \right. \quad \text{stąd} \quad \frac{a}{14} = \frac{2}{7} \quad \begin{array}{l} 7a = 28 \\ a = 4 \text{ cm} \end{array}$$

Długość przeciwprostokątnej c obliczymy z tw. Pitagorasa.

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad c^2 = 4^2 + 14^2 = 16 + 196 = 212$$

$$c = \sqrt{212} = 2\sqrt{53} \text{ cm}$$

PAMIĘTAJ!

Należy zapamiętać następującą regułę: naprzeciwko mniejszego kąta ostrego leży krótszy bok, a naprzeciwko większego kąta leży dłuższy bok.

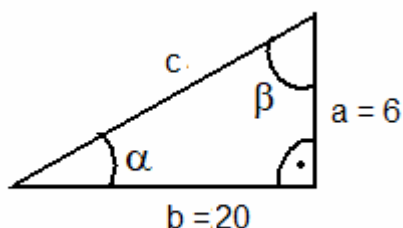
Jeżeli kąty ostre są równe do przyprostokątne też są równe.

Naprzeciwko kąta prostego leży przeciwprostokątna.

Zadanie 2

W pewnym trójkącie prostokątnym przyprostokątne mają długość 6 cm i 20 cm. Ile wynosi tangens mniejszego z kątów ostrych w tym trójkącie, a ile tangens większego kąta?

Rozwiązanie:



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Tangens mniejszego kąta wynosi $3/10$.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

Tangens większego kąta wynosi $10/3$.

Zadanie 3

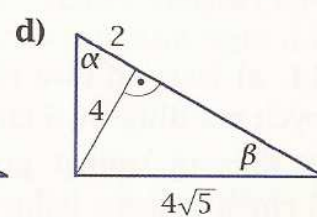
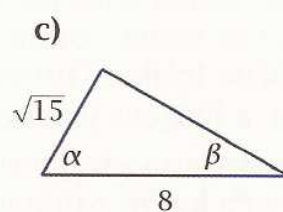
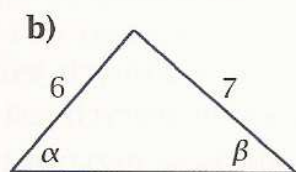
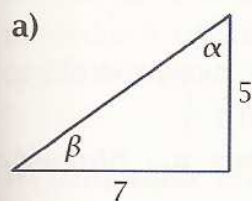
Jedna z przyprostokątnych jest 5 razy krótsza od drugiej przyprostokątnej. Oblicz tangensy kątów ostrych w tym trójkącie.

Rozwiązanie:

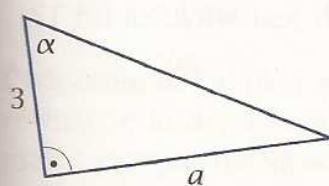
$$\begin{array}{lll} \text{I} & \text{przyprostokątna} = a & \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{5a} = \frac{1}{5} \\ \text{II} & \text{przyprostokątna} = 5a & \operatorname{tg} \beta = \frac{5a}{a} = 5 \end{array}$$

PRACA DOMOWA

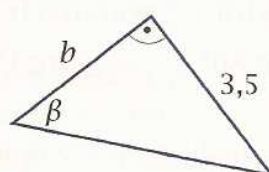
1. Narysowany trójkąt jest prostokątny. Oblicz tangens kąta α i tangens kąta β .



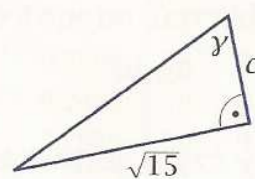
2. Oblicz długości odcinków oznaczonych literami a , b , c i d .



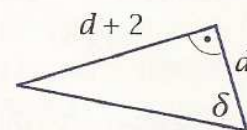
$$\operatorname{tg} \alpha = 1,5$$



$$\operatorname{tg} \beta = \frac{7}{8}$$



$$\operatorname{tg} \gamma = \sqrt{5}$$



$$\operatorname{tg} \delta = 1,5$$