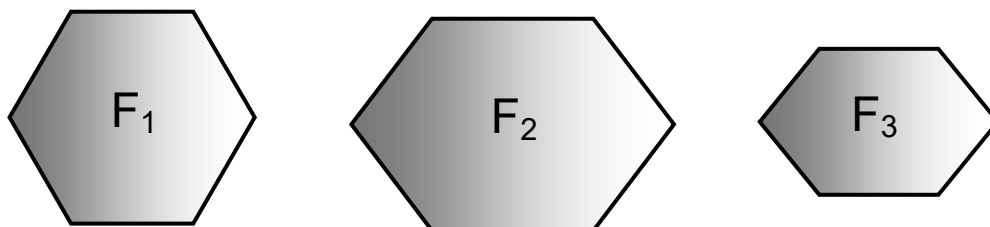


Temat: WIELOKĄTY PODOBNE

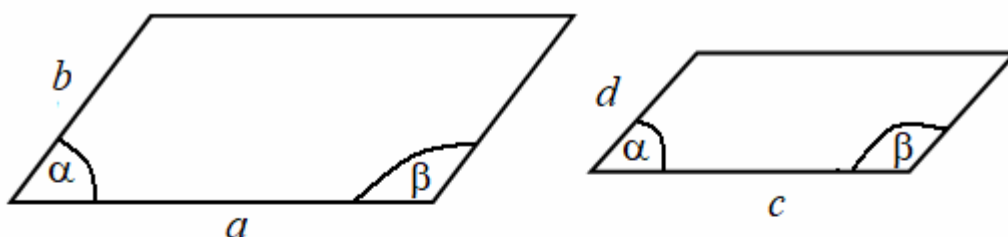
Dwie figury geometryczne są **podobne**, jeśli są tego samego kształtu, lecz mogą różnić się wielkością.



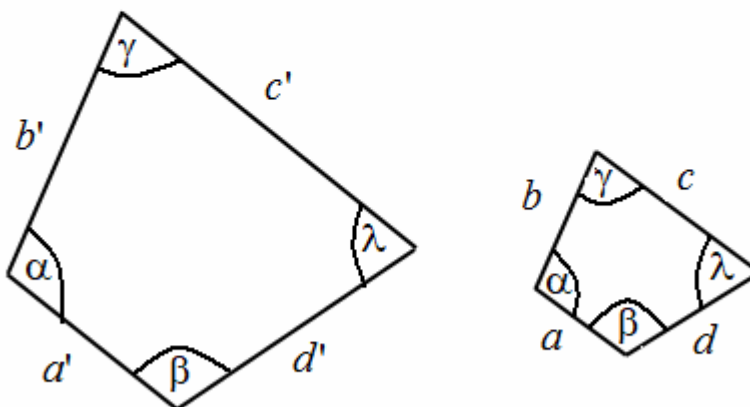
Podobne są figury F_2 i F_3 , ale żadna nich nie jest podobna do F_1 , gdyż figura F_1 ma inne kąty wewnętrzne czyli ma inny kształt. Boki F_1 i F_2 nie są proporcjonalne, natomiast boki F_2 i F_3 są proporcjonalne.

Podobieństwo figur A i B oznaczamy symbolicznie $A \sim B$.

Dwa wielokąty są podobne, jeśli ich odpowiednie kąty są równe, a odpowiednie boki proporcjonalne.

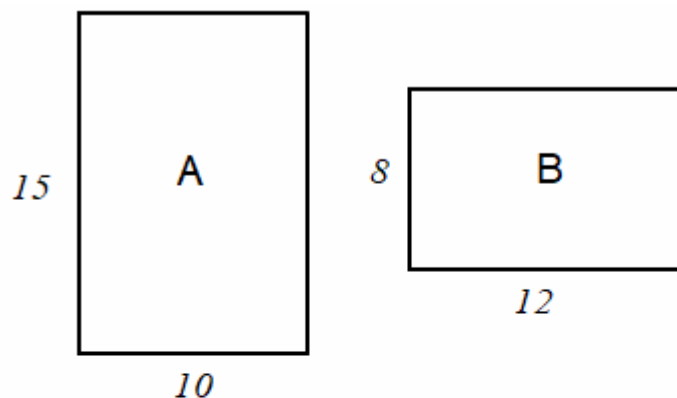


$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad \text{czyli} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$



$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{d'}{d}$$

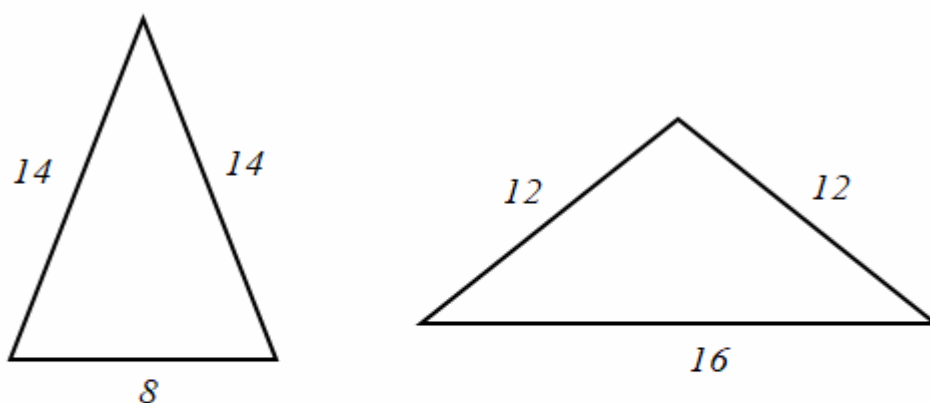
1



$$\frac{15}{12} = \frac{5}{4} \text{ i } \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \text{ czyli } \frac{15}{12} = \frac{10}{8}$$

zatem prostokąty A i B są podobne,
co zapisujemy $A \sim B$.

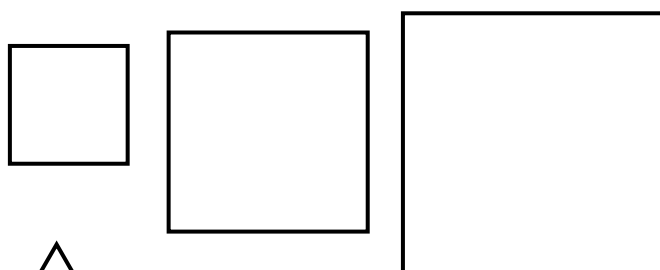
2



$$\frac{8}{16} = \frac{1}{2} \text{ natomiast } \frac{14}{12} = \frac{7}{6} > 1$$

zatem trójkąty nie są podobne

3

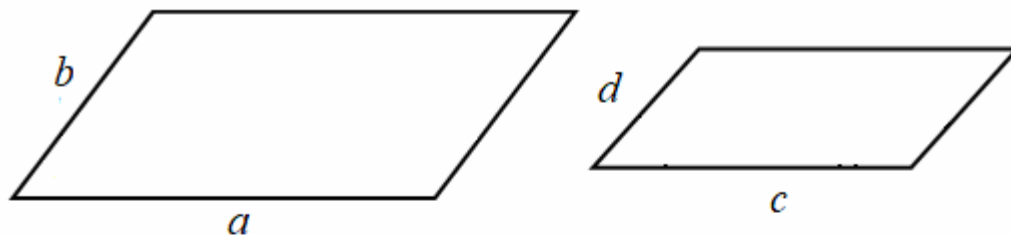


Dowolne kwadraty są zawsze podobne,
gdyż wszystkie kąty mają równe oraz
proporcjonalne boki.

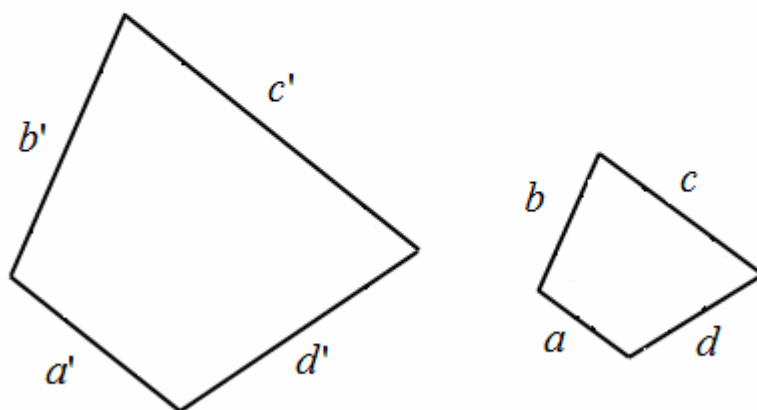
Trójkąty równoboczne też są zawsze podobne.

SKALA PODOBIEŃSTWA

Stosunek długości odpowiadających sobie boków w wielokątach podobnych nazywamy **skala podobieństwa** oznaczamy literą k .



$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k$$

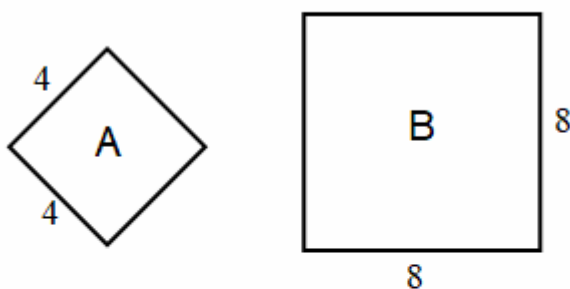


$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{d'}{d} = k$$

Przykłady

1

Kwadraty



Skala podobieństwa kwadratu A do kwadratu B = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

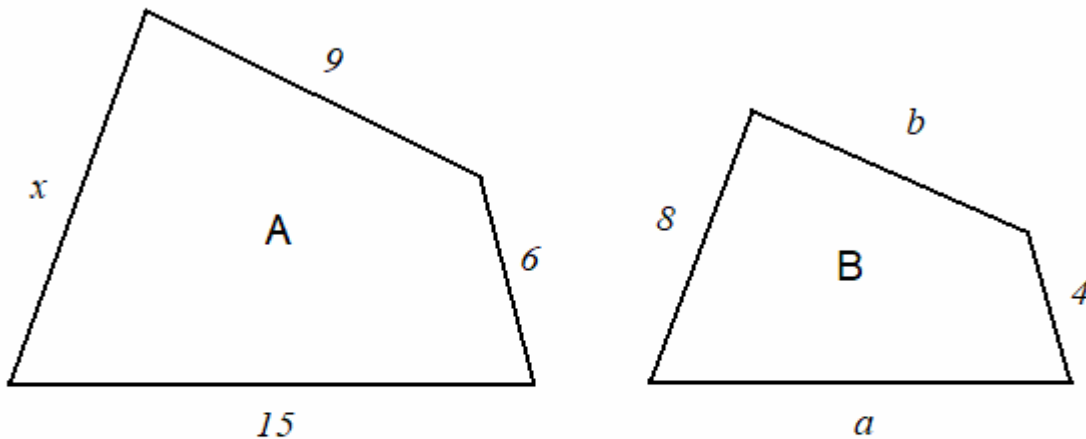
Skala podobieństwa kwadratu B do kwadratu A = $\frac{8}{4} = \frac{2}{1} = 2$.

Łatwo zauważyć, że jeżeli $A \sim B$, to skale ich wzajemnych podobieństw są liczbami odwrotnymi.

2

Wiadomo, że $A \sim B$. Oblicz skalę podobieństwa.

Wyznacz też długości boków, x , a oraz b .



$$k = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$k = \frac{x}{8} = \frac{3}{2} \quad \text{stąd } x = 12$$

$$k = \frac{15}{a} = \frac{3}{2} \quad \text{stąd } a = 10$$

$$k = \frac{9}{b} = \frac{3}{2} \quad \text{stąd } b = 6$$

Twierdzenie 1

Jeśli skala podobieństwa wielokąta A do B wynosi k , to stosunek obwodu wielokąta A do obwodu wielokąta B też wynosi k .

Twierdzenie 2

Jeśli skala podobieństwa wielokąta A do B wynosi k , to stosunek pola wielokąta A do pola wielokąta B wynosi k^2 .

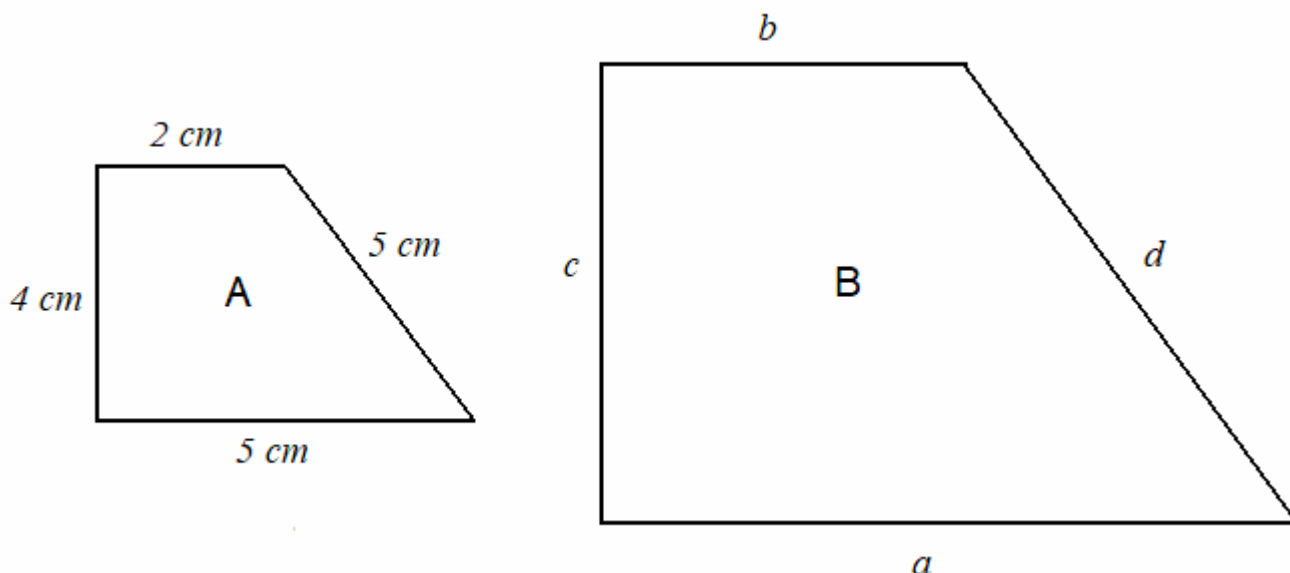
Należy pamiętać, że dla pól jest to kwadrat skali podobieństwa!

Zadanie

1

Trapez prostokątny o bokach długości 5cm, 5cm, 2cm i 4cm jest podobny do trapezu prostokątnego o obwodzie 40cm. Oblicz długości boków większego trapezu.

Rozwiązanie:



$$\text{obwód}_A = 2 + 4 + 5 + 5 = 16$$

$$\text{obwód}_B = 40$$

$$\text{skala } k = \frac{40}{16} = 2,5 \quad (\text{skala dużego trapezu do małego})$$

$$a = 5 \cdot k = 12,5 = d$$

$$b = 2 \cdot k = 5$$

$$c = 4 \cdot k = 10$$

Odp.: Boki trapezu B mają długości $a = 12,5$ cm, $b = 5$ cm, $c = 10$ cm i $d = 12,5$ cm.

Zadanie 2

Boki prostokąta mają długość 3 cm i 4 cm. Oblicz długości boków prostokąta podobnego, wiedząc że jego pole jest równe 48 cm^2 .

Rozwiązanie:

Oznaczmy szukane boki jako a i b .

P_1 – pole prostokąta 3×4

P_2 – pole prostokąta podobnego

$$\text{pole } P_1 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2 \quad \text{pole } P_2 = 48 \text{ cm}^2$$

$$k^2 = \frac{48}{12} = 4 \quad \text{zatem} \quad k = 2$$

$$a = k \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$$

$$b = k \cdot 4 = 2 \cdot 4 = 8$$

Odp.: Boki prostokąta podobnego mają długości $a = 6$ cm, $b = 8$ cm.