

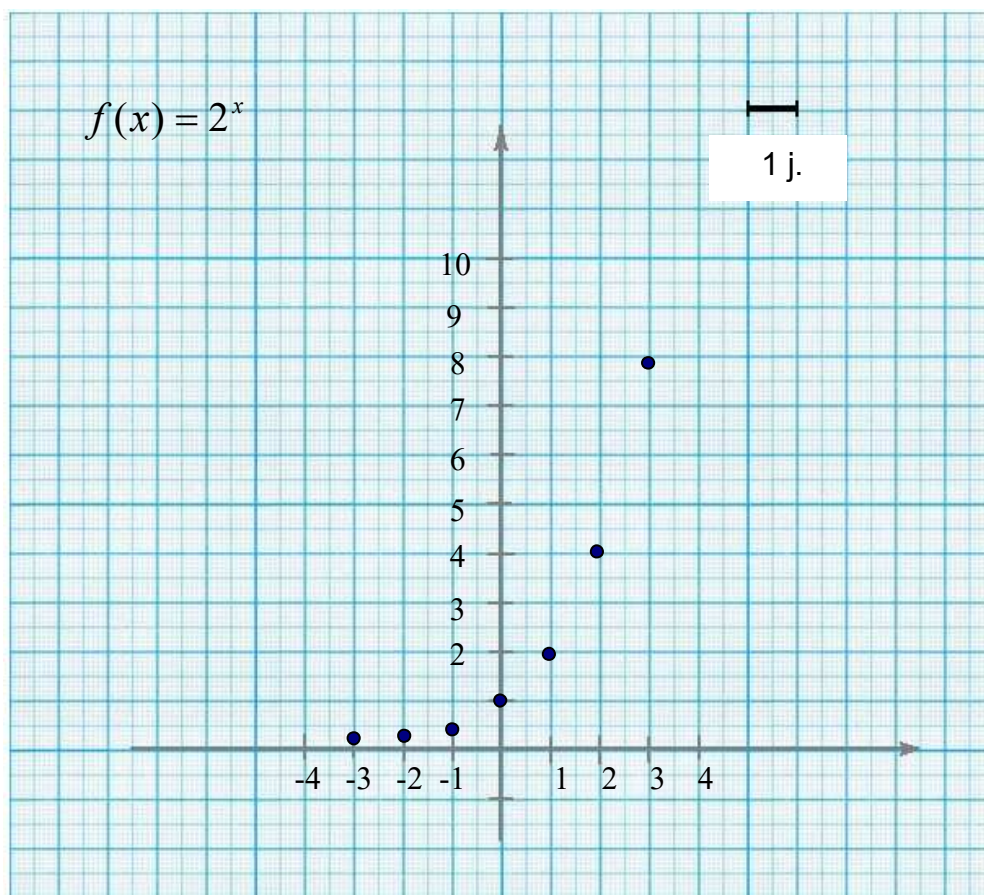
Temat: **FUNKCJA WYKŁADNICZA**

Wiadomo, że dla każdej liczby rzeczywistej x określona jest liczba 2^x .

Można zatem zdefiniować funkcję $f(x) = 2^x$.

Układamy tabelkę jej wartości y dla kilku argumentów x .

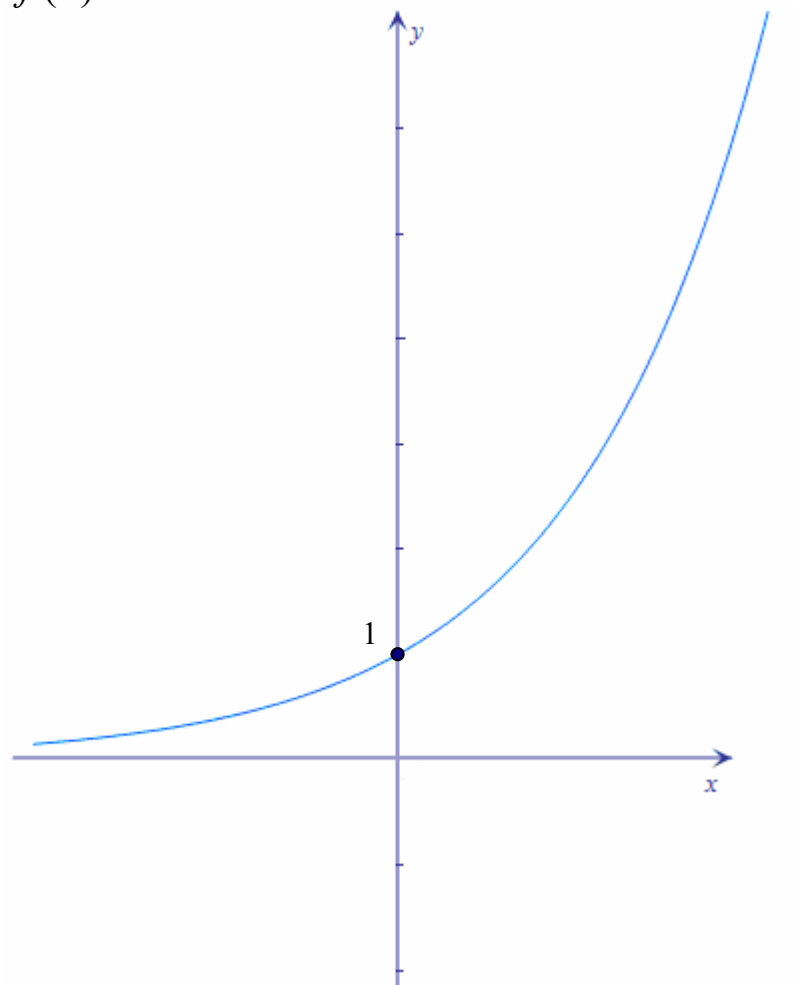
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2^x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



Jak widać w miarę wzrostu argumentu x wartości funkcji rosną bardzo szybko.

Dla $x = 100$ wartość ta wynosi **1267650600228229401496703205376**.

WYKRES funkcji $f(x) = 2^x$



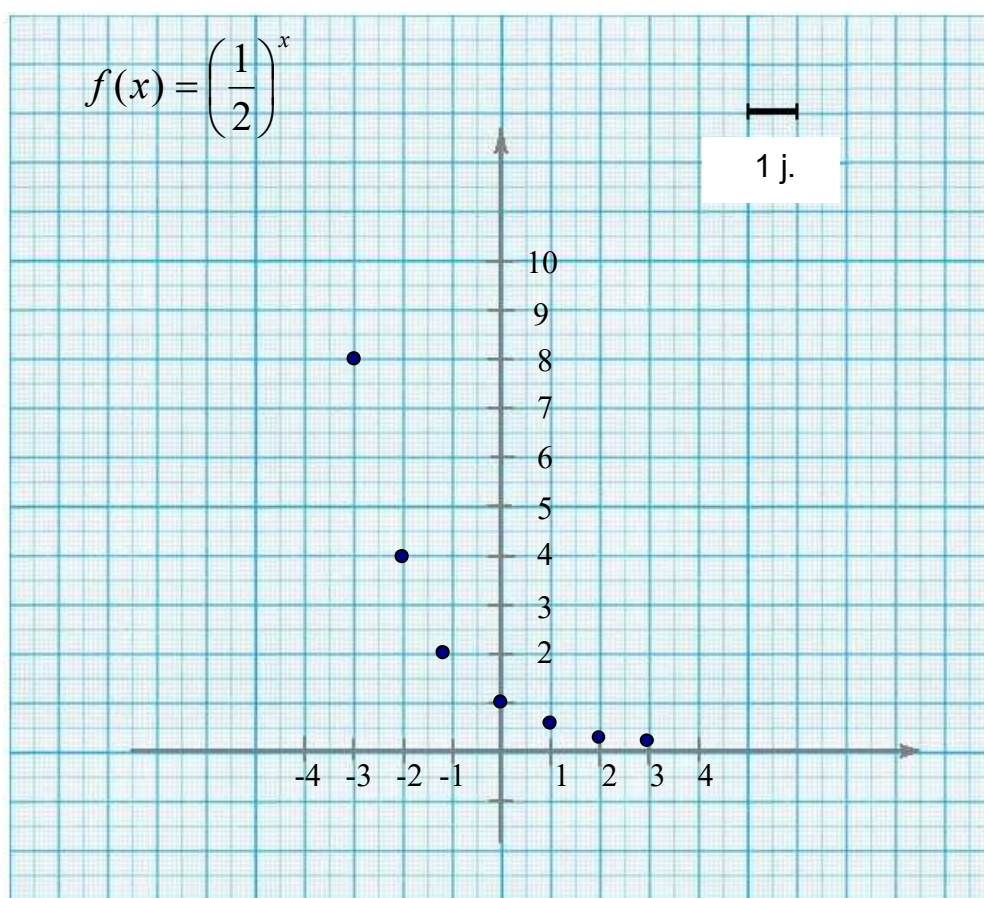
OPIS WŁASNOŚCI:

1. Dziedzina: $x \in (-\infty; +\infty)$.
2. Zbiór wartości: $y \in (0; +\infty)$
(funkcja przyjmuje tylko wartości dodatnie, nie ma miejsc zerowych).
3. Asymptota pozioma $y = 0$
(jest to oś OX, punkty wykresu leżą blisko tej osi).
4. Wykres przecina oś OY w punkcie (0; 1)
 $2^0 = 1$.
5. Funkcja jest rosnąca.
6. Funkcja jest różnowartościowa
(dla każdego x przyjmuje inną wartość).

Określamy teraz funkcję $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Układamy tabelkę jej wartości y dla kilku argumentów x .

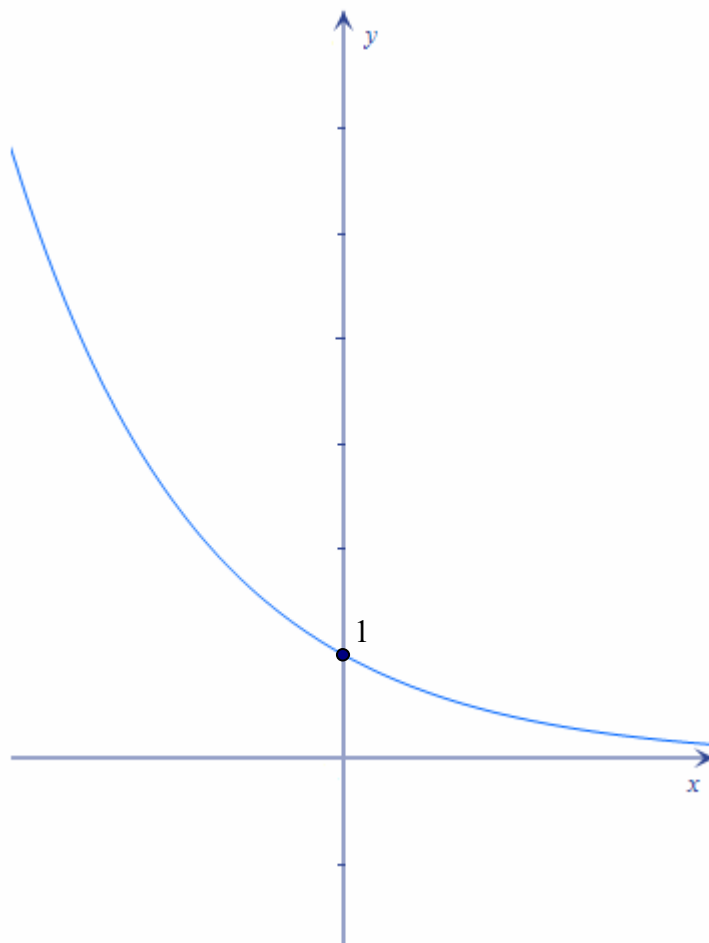
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$



W miarę wzrostu argumentu x wartości funkcji maleją bardzo szybko.

Dla $x = 100$ wartość ta wynosi $\frac{1}{1267650600228229401496703205376}$.

WYKRES funkcji $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



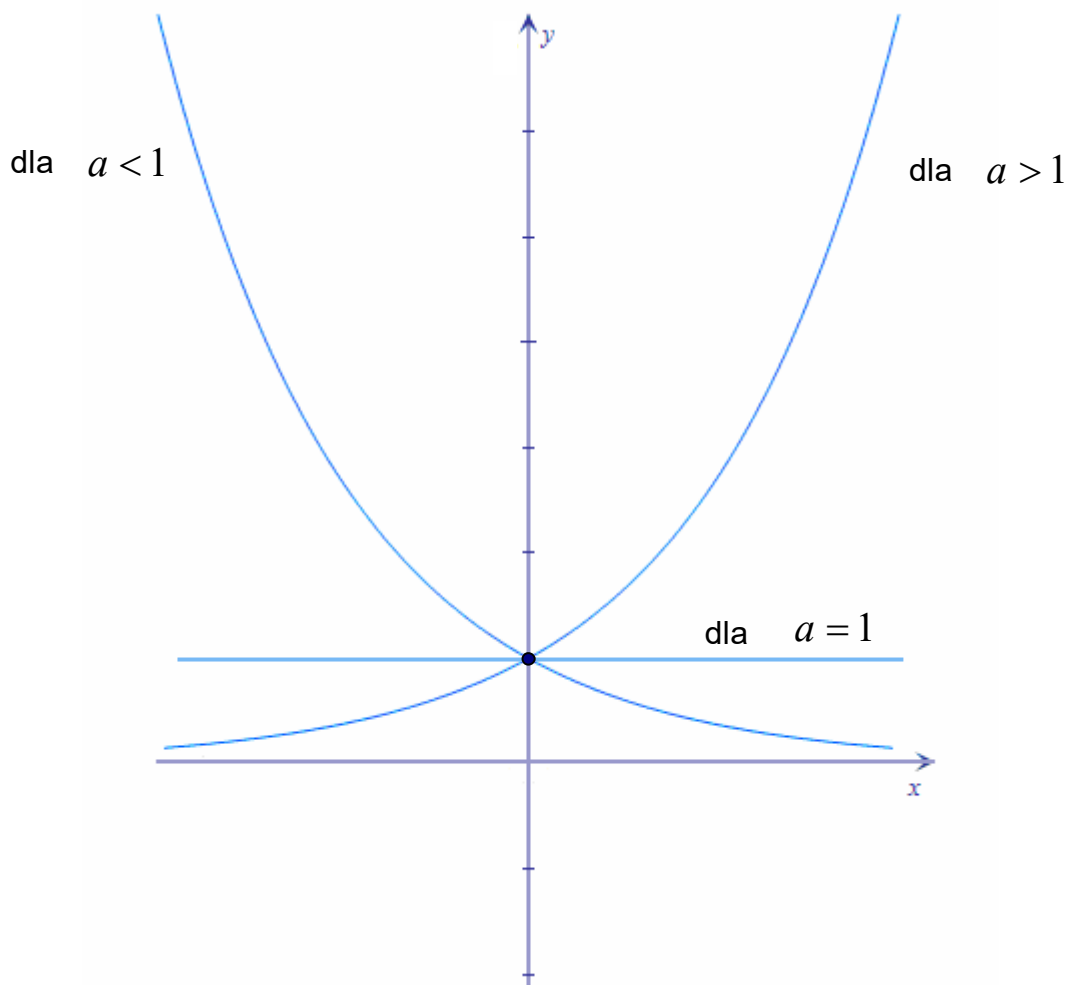
OPIS WŁASNOŚCI:

1. Dziedzina: $x \in (-\infty; +\infty)$.
2. Zbiór wartości: $y \in (0, +\infty)$
(funkcja przyjmuje tylko wartości dodatnie, nie ma miejsc zerowych).
3. Asymptota pozioma $y = 0$
(jest to oś OX , punkty wykresu leżą blisko tej osi).
4. Wykres przecina oś OY w punkcie $(0; 1)$
$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1.$$
5. Funkcja jest malejąca.
6. Funkcja jest różnowartościowa
(dla każdego x przyjmuje inną wartość).

Funkcję postaci $f(x) = a^x$ gdzie $a > 0$ nazywamy funkcją wykładniczą.

Dla $a = 1$ funkcja ta ma postać $y = 1^x = 1$, jest więc funkcją stałą.

WYKRES funkcji $f(x) = a^x$



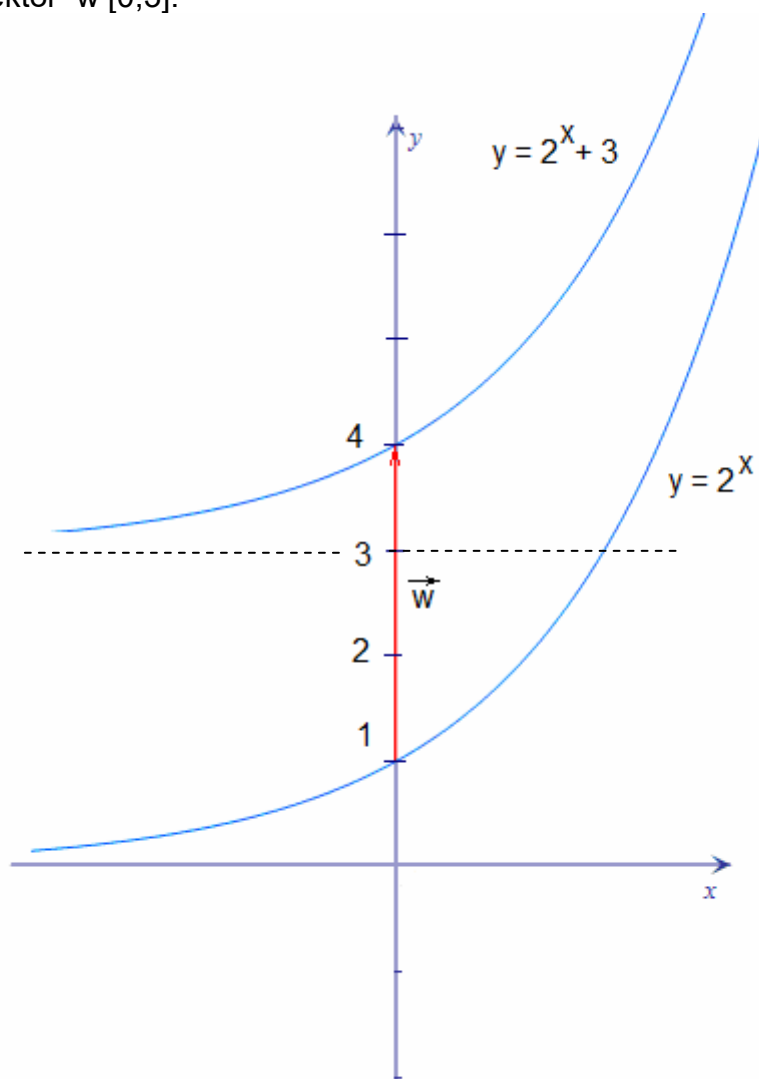
OPIS WŁASNOŚCI:

1. Dziedzina: $x \in (-\infty; +\infty)$.
2. Zbiór wartości: $y \in (0; +\infty)$ dla $a \neq 1$
(funkcja przyjmuje tylko wartości dodatnie, nie ma miejsc zerowych).
3. Asymptota pozioma $y = 0$
(jest to oś OX, punkty wykresu leżą blisko tej osi).
4. Wykres przecina oś OY w punkcie (0; 1)
5. Dla $a > 1$ funkcja jest rosnąca, natomiast dla $a \in (0; 1)$ malejąca.

PRZESUNIĘCIE WYKRESU funkcji wykładniczej o wektor – przykłady.

1) $y = 2^x + 3$

Najpierw wykonujemy wykres funkcji $y = 2^x$, a następnie przesuwamy go o 3 jednostki w górę czyli o wektor $\vec{w} [0;3]$.

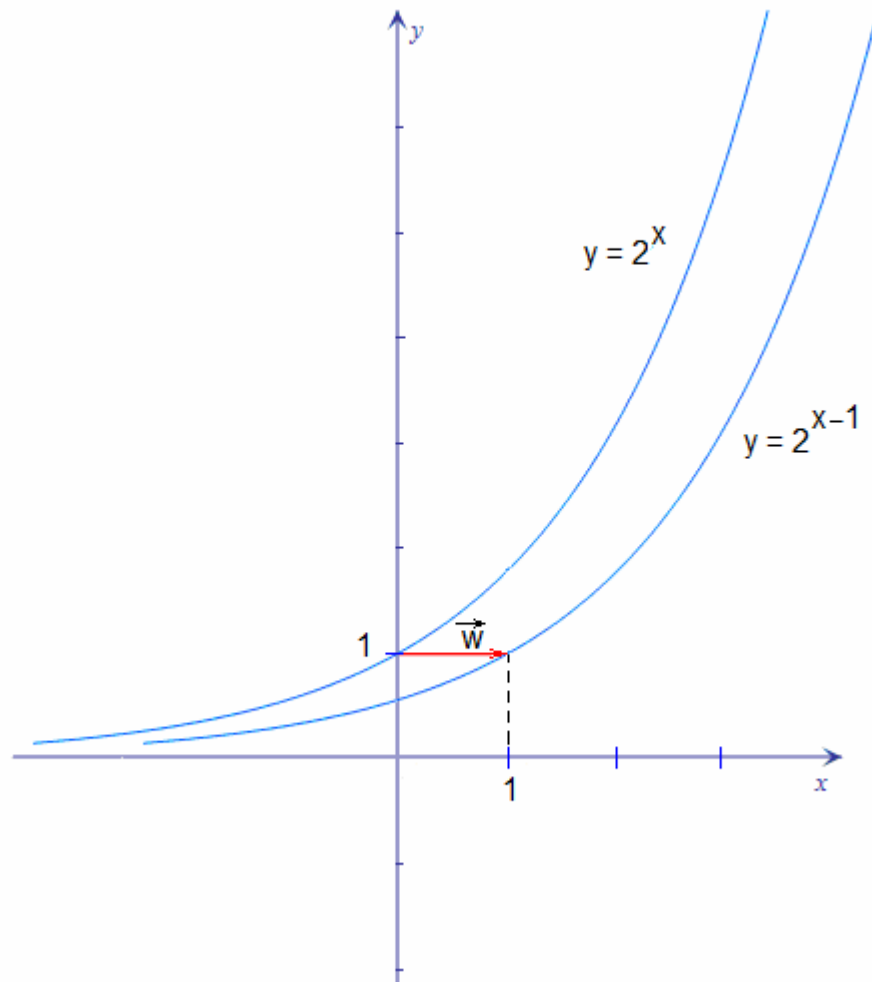


WŁASNOŚCI:

1. Dziedzina: $x \in (-\infty; +\infty)$.
2. Zbiór wartości: $y \in (3; +\infty)$.
3. Asymptota pozioma $y = 3$
4. Wykres przecina oś OY w punkcie (0; 4)
5. Funkcja jest rosnąca.
6. Nie ma miejsc zerowych.

2) $y = 2^{x-1}$

Najpierw wykonujemy wykres funkcji $y = 2^x$, a następnie przesuwamy go o 1 jednostkę w prawo czyli o wektor $\vec{w} [1;0]$.

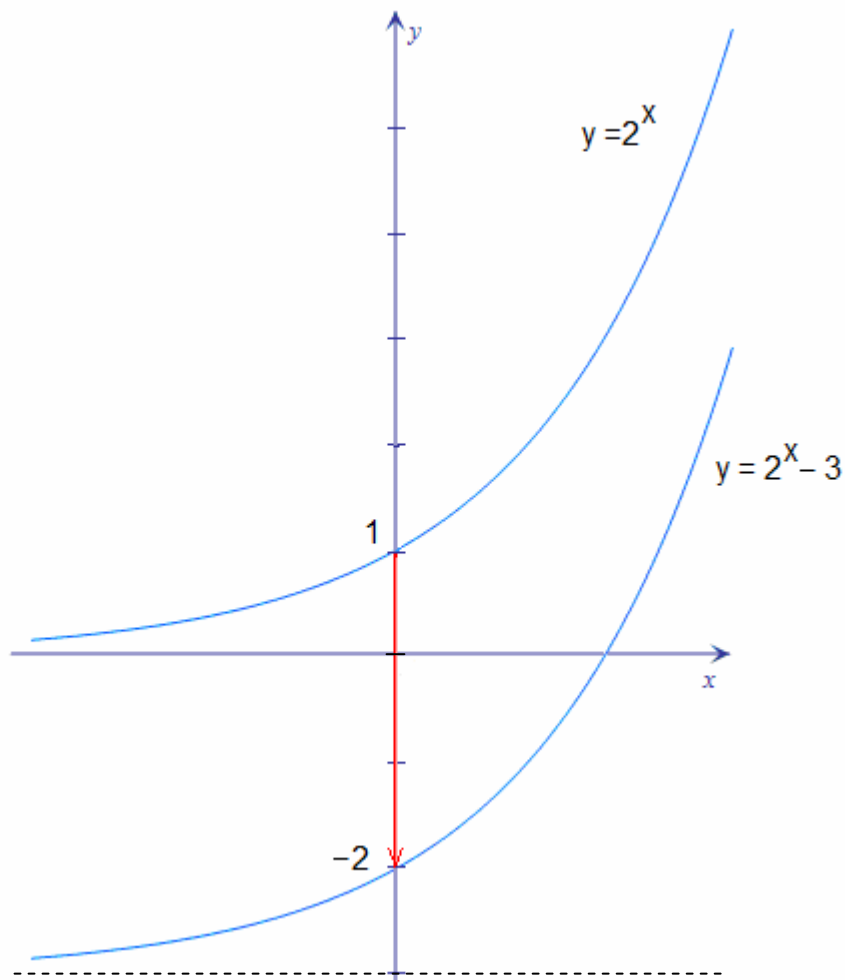


WŁASNOŚCI:

1. Dziedzina: $x \in (-\infty; +\infty)$.
2. Zbiór wartości: $y \in (0; +\infty)$.
3. Asymptota pozioma $y = 0$
4. Wykres przecina oś OY w punkcie $(0; 1/2)$
5. (gdy $x = 0$, to $y = 2^{-1} = \frac{1}{2}$)
5. Funkcja jest rosnąca.
6. Nie ma miejsc zerowych.

3) $y = 2^x - 3$

Najpierw wykonujemy wykres funkcji $y = 2^x$, a następnie przesuwamy go o 3 jednostki w dół czyli o wektor $\vec{w} [0; -3]$.



WŁASNOŚCI:

1. Dziedzina: $x \in (-\infty; +\infty)$.
2. Zbiór wartości: $y \in (-3; +\infty)$.
3. Asymptota pozioma $y = -3$
4. Wykres przecina oś OY w punkcie $(0; -2)$
(gdy $x = 0$, to $y = 2^0 - 3 = -2$)
5. Funkcja jest rosnąca.
6. Istnieje miejsce zerowe.

PRACA DOMOWA:

Wykonaj wykresy funkcji

- a) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2$ (przesunięcie w górę o 2)
- b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ (przesunięcie w dół o 1)
- c) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ (przesunięcie w prawo o 1)
- d) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3}$ (przesunięcie w lewo o 3)
- e) $y = 2^{x+2}$ (przesunięcie w lewo o 2)